Тема модуля: «Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события. Диаграммы Эйлера»

Урок 1.

Цель модуля:

Названия уроков:

Урок 1 «Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события. Диаграммы Эйлера»

Тип урока: изучение нового материала

Цели урока:

обучающие: познакомить учащихся с операциями пересечения и объединения множеств; формирование навыков находить область пересечения и объединения множеств и называть элементы из этой области.

воспитательные: воспитывать у учащихся чувство трудолюбия, эстетические нормы, дисциплинированность.

развивающие: развитие познавательного интереса учащихся; развитие интеллектуальной сферы личности; развитие умений сравнивать и обобщать.

Материалы к уроку:

https://shareslide.ru/uncategorized/reshenie-zadach-s-pomoshchyu-krugov-eylera

https://mypresentation.ru/presentation/1569970926_teoriya-mnozhestv

https://ppt-online.org/24258

Высоцкий И.Р. Дидактические материалы по теории вероятностей. 8-9 классы. М.: МЦНМО, 2018. Электронное издание.

Урок 1. Технологическая карта.

1) Повторение материала: Виды событий.

1) Событие, которое в некотором испытании может произойти, а может и не произойти, называют *случайным событием.*

2) Событие, которое в данном испытании обязательно произойдет, называют *достоверным* событием.

3) Событие, которое в данном испытании наступить не может, называют *невозможным* событием.

Играющий бросает кубик и смотрит, какое число выпало на грани, которая располагается сверху. Какие предположения он может сделать, когда бросает игральный кубик?

Например, такие:

- событие А – выпадет цифра 1, 2, 3, 4, 5 или 6 – достоверное;
- событие В – выпадет цифра 7, 8 или 9 – невозможное;
- событие С – выпадет цифра 1– случайное.

4) События *несовместны*, если появление одного из них исключает появление другого.

Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно, называют совместными, а те, которые не могут происходить одновременно, – несовместными.

5) События называются *равновозможными*, когда в их испытании нет преимуществ.

Среди данных событий указать пары, которые являются совместными, а какие – несовместными.

1. Таня и Ваня сыграли партию в шахматы:

а) Таня выиграла; Ваня проиграл; б) Таня проиграла; Ваня проиграл.

2. Брошен игральный кубик. На верхней грани оказалось:

а) число 6; число 5; б) число 6; четное число.

2) Новый материал.

Диаграммы Эйлера (круги Эйлера) – геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления.

Суммой (объединением) событий А и В называют событие С, состоящее в появлении в ходе одного испытания или события А, или события В, или события А и события В одновременно.

Обозначение: $C = A+B$ или $C = A \cup B$. (рис.1)

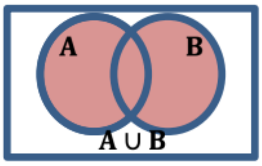


Рис.1

Событие, **противоположное событию А.** – это событие, которому благоприятствуют все элементарные события, не благоприятствующие событию А. (рис.2)

Обозначение: $\overline{A}$, читается «не А».

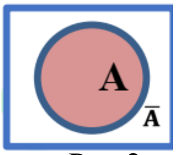


Рис.2

События А и $\overline{A}$ называются **взаимно противоположными** или **дополнениями** друг для друга.

Для каждого события А можно рассмотреть *противоположное* событие Ā, которое наступит тогда и только тогда, когда событие А не наступает.

Например: А – выпадение чётного числа очков, Ā – выпадение нечётного числа очков;

А – попадание в цель, Ā – промах.

Сумма вероятностей взаимно противоположных событий равна 1: $\mathrm{P(A)} + \mathrm{P}(\overline{A}) = 1$.

Произведением (пересечением) событий А и В называется событие С, включающее те и только те элементарные исходы, которые одновременно принадлежат и событию А, и событию В. (рис.3)

Обозначение: С = А·В или С = А ∩ В.

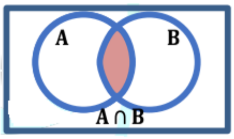


Рис.3

События А и В называются **несовместными**, если они не имеют общих благоприятствующих элементарных событий.

Чтобы найти **вероятность объединения несовместных событий**, необходимо сложить вероятности каждого события: $\mathrm{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$.

События называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появление другого в одном и том же испытании.

Чтобы найти **вероятность объединения совместных событий**, необходимо сложить вероятности каждого события и вычесть пересечение этих событий: $\mathrm{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$.

Пример 1: *в опыте с бросанием игральной кости рассмотри следующие события:*
А – выпало число очков, кратное 2;
В – выпало число очков, кратное 3.
Тогда событие А + В означает, что выпало хотя бы одно из чисел 2, 3, 4, 6;
событие А·В – выпало число 6.

Пример 2: Пусть из колоды вынимают одну карту. Рассмотрим события:
А – это король, В – это карта масти пик.
Тогда: событие А + В – вынут король или карта масти пик;
А·В – из колоды вынут король пик.

Решение задач. Постройте диаграммы Эйлера и решите следующие задачи:

1. Расположите 4 элемента в двух множествах так, чтобы в каждом из них было по 3 элемента
Решение задачи на рисунке 4.

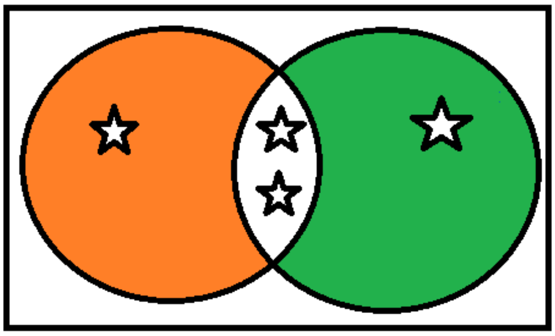


Рис.4

2. Множества A и B содержат соответственно 5 и 6 элементов, а множество A ∩ B – 2 элемента. Сколько элементов в множестве A U B?

Решение: A U B = 5+6 -2 = 9 (рис.5)

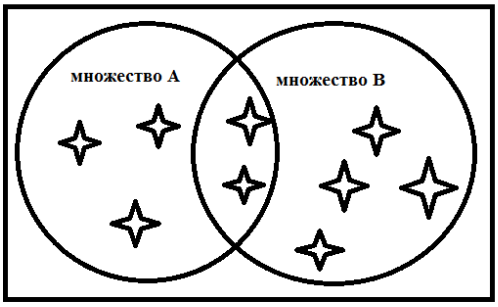


Рис.5

3. Каждый учащийся в классе изучает английский или французский язык. Английский язык изучают 23 учащихся, французский — 26 учащихся, а два языка — 20 учащихся. Сколько учащихся в классе?

Решение задачи на рисунке 6.

Рис.6

4. Каждая семья, живущая в нашем доме, выписывает или газету, или журнал, или и то и другое вместе. 72 семьи выписывают газету, а 30 семей выписывают журнал и лишь 15 семей выписывают и журнал, и газету. Сколько семей живет в нашем доме?
Решение: 72+30-15=87 семей. (рис.7)

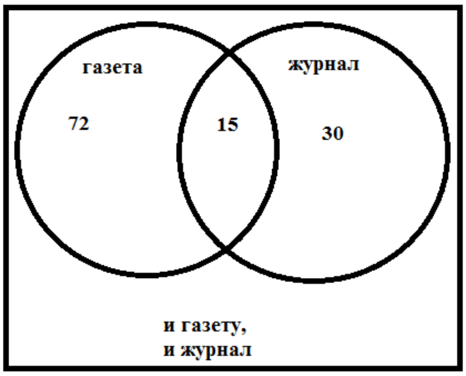


Рис.7

5. Из 52 школьников 23 собирают значки, 35 собирают марки, а 16 – и значки, и марки. Остальные не увлекаются коллекционированием. Сколько школьников не увлекаются коллекционированием?

Решение: 23+35-16 = 42 школьника собирают марки и значки.
52-42 = 10 школьников не увлекаются коллекционированием. (рис.8)

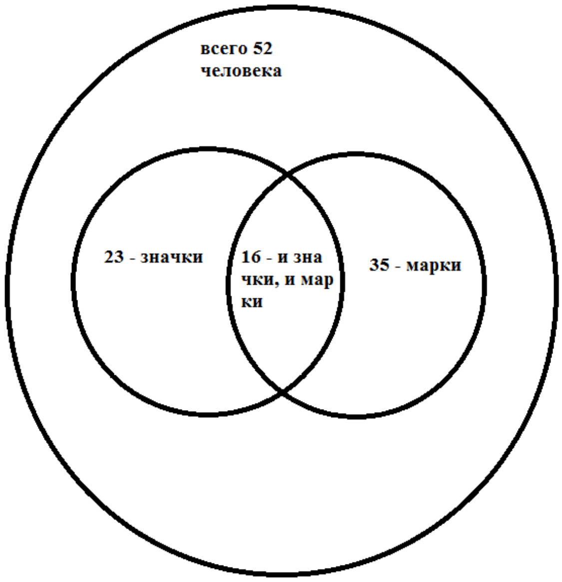


Рис.8

6. Каждый из учеников 9-го класса в зимние каникулы ровно два раза был в театре, посмотрев спектакли А, В или С. При этом спектакли А, В, С видели соответственно 25, 12 и 23 ученика. Сколько учеников в классе?

Решение задачи на рисунке 9.

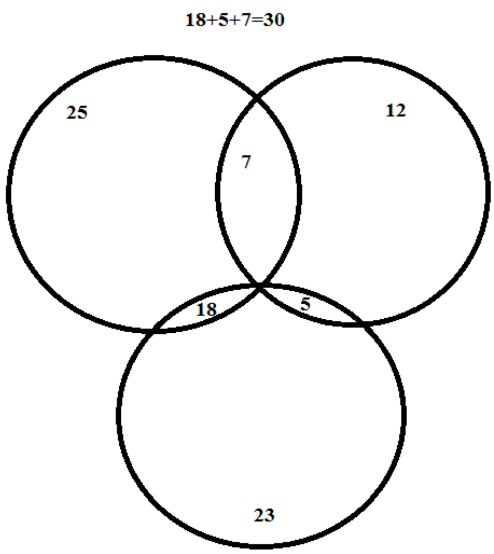


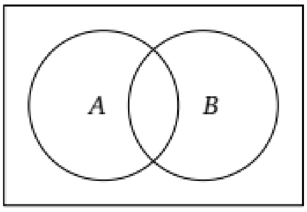
Рис.9

В качестве дополнительного материала можно предложить учащимся подготовить материал об основателе теории множеств **Георге Канторе** и **Леонарде Эйлере** — швейцарском, немецком и российском математике, внёсшем значительный вклад в развитие математики, а также механики, физики, астрономии и ряда прикладных наук.

Домашнее задание:

№1. Фабрика выпускает обувь. В среднем из 150 пар, поступивших в продажу, 3 пары имеют какой-либо незаметный дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная сумка окажется без дефектов.

№2. Заштрихуйте на диаграмме Эйлера событие $A \cap \bar{B}$.



№3. Даны два события A и B, и известны некоторые вероятности: $\mathrm{P}(A) = 0,2$, $\mathrm{P}(B) = 0,7$ и $\mathrm{P}(A \cap \bar{B}) = 0,1$. Во всех четырёх фигурах на диаграмме Эйлера расставьте вероятности соответствующих событий.

№4. Даны два события A и B, и известны некоторые вероятности: $\mathrm{P}(A) = 0,2$, $\mathrm{P}(\bar{B}) = 0,7$ и $\mathrm{P}(A \cup B) = 0,45$.

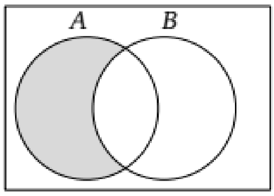
а) Во всех четырёх фигурах на диаграмме Эйлера расставьте вероятности соответствующих событий.

б) Найдите вероятность события, которое состоит в том, что событие A наступило, а событие B не наступило.

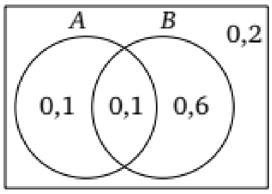
Ответы:

№1. 0,98

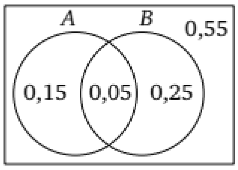
№2.



№3.



№4.

а) 

;

б) 0,15.

Урок 2 «Решение задач по теме «Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события. Диаграммы Эйлера»

Тип урока: закрепление изученного материала.

Цели урока:

обучающие: закрепить навыки действий с операциями пересечения и объединения множеств; закрепить навыки нахождения области пересечения и объединения множеств и называть элементы из этой области.

воспитательные: воспитывать у учащихся чувство трудолюбия, эстетический вкус, эстетические нормы, дисциплинированность.

развивающие: развитие познавательного интереса учащихся; развитие интеллектуальной сферы личности; развитие умений сравнивать и обобщать.

Технологическая карта урока:

1. Проверка домашнего задания.
2. Решение задач:

№1. Заштрихуйте событие:

а) $\left(A\cup\bar{B}\right)\cap C$;

б) $A\cup\left(\bar{B}\cap C\right)$.

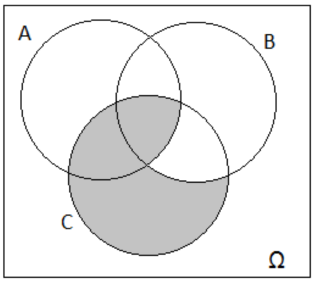


Рис.10

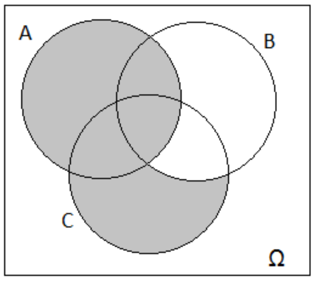


Рис. 11

Решение:

а) Вначале нужно построить событие в скобках (объединение событий A и $\bar{B}$), а потом пересечь его с событием C.(рис.10)

б) Вначале нужно построить событие в скобках (пересечение событий $\bar{B}$ и C), а потом объединить его с событием A.(рис.11)

№2. В торговом центре установлены два кофейных автомата. Вероятность того, что в первом автомате к концу дня кофе закончится, равна 0,21. То же самое верно и для второго автомата. А вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,09. Найдите вероятность того, что к концу дня:

а) кофе останется в обоих автоматах;

б) кофе закончится ровно в одном автомате;

в) кофе закончится хотя бы в одном автомате.

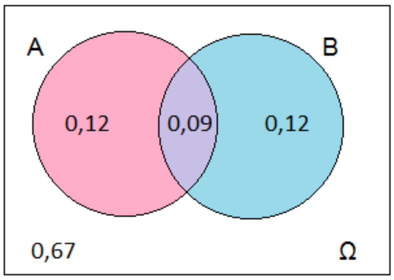


Рис.12

Ответ: а) 0,67; б) 0,24; в) 0,33.

Решение: показано на кругах Эйлера. (рис.12)

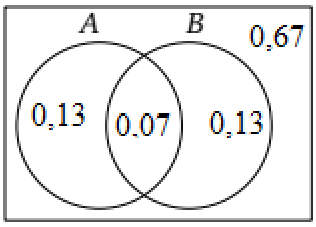
№3. В торговом центре два одинаковых автомата продают шоколадные батончики. Вероятность того, что к концу дня в каждом одном из автоматов батончики закончатся, равна 0,2. Вероятность того, что батончики закончатся в обоих автоматах, равна 0,07.

Найдите вероятность того, что к концу дня:

а) батончики закончатся только в первом автомате;

б) батончики закончатся только в одном автомате, а в другом останутся;

в) батончики останутся в обоих автоматах.



Решение: показано на кругах Эйлера. (рис.13)

Рис.13

Ответ: а) 0,13; б) 0,26; в) 0,67.

№4. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый их них может быть неисправен с вероятностью 0,04 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что ровно один автомат из двух оказался неисправен, а другой работает.

Решение; введём обозначения событий: А={первый неисправен}, В=={второй неисправен}. По условию события независимы, поэтому: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}04 \cdot 0{,}04 = 0{,}0016$.

Запишем вероятности в диаграмме Эйлера.

Событию «ровно один из двух неисправен» на диаграмме соответствует левая и правая закрашенная часть (рис.14). Его вероятность равна: $2 \cdot 0{,}0384 = 0{,}0768$.

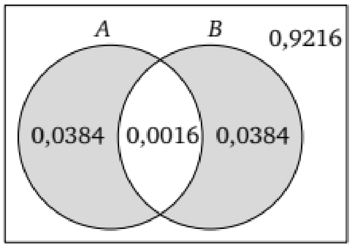


Рис. 14

3. Самостоятельная работа.

Вариант 1

№1. Даны два события А и В, и известны некоторые вероятности: $\mathrm{P(A)} = 0{,}2, \mathrm{P(B)} = 0{,}8$ и $\mathrm{P(A \cap B)} = 0{,}15$. Во всех четырёх фигурах на диаграмме Эйлера расставьте вероятности соответствующих событий.

№2. Симметричную монету бросают 3 раза. Рассмотрите события «в первый раз выпал орёл» и «решка выпала дважды».

а) Являются ли эти события независимыми?

б) найдите вероятность объединения этих событий.

№3. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в каждом одном автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,06. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется ровно в одном из автоматов.

Вариант 2

№1. Даны два события А и В, и известны некоторые вероятности: $\mathrm{P(A)} = 0{,}6, \mathrm{P(B)} = 0{,}3$ и $\mathrm{P(A \cap B)} = 0{,}7$. Во всех четырёх фигурах на диаграмме Эйлера расставьте вероятности соответствующих событий.

№2. Симметричную монету бросают 3 раза. Рассмотрите события «во второй раз выпал орёл» и «выпала ровно одна решка».

а) Являются ли эти события независимыми?

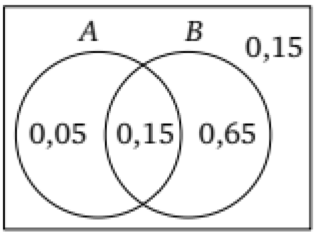
б) найдите вероятность объединения этих событий.

№3. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в каждом одном автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,04. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется ровно в одном из автоматов.

Ответы к самостоятельной работе

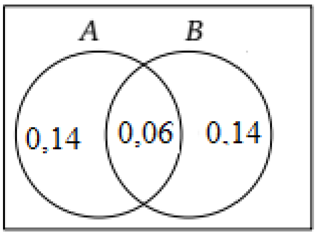
Вариант 1.

№1.



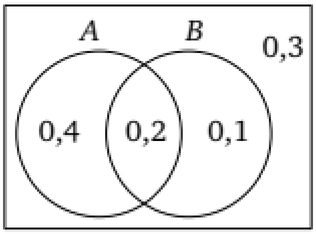
№2. а) нет; б) 0,75.

№3. 0,28.



Вариант 2.

№1.



№2. б) нет; б) 0,625.

№3. 0,52.