

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
ПО СТАТИСТИКЕ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
ДЛЯ 7 КЛАССА



не ВЕРОЯТНАЯ
ВЯТКА



М.А. Кунилова,

С.А. Быкова, А.Ю. Махнева,

М.Д. Нелюбина, Я.С.Рыбакова

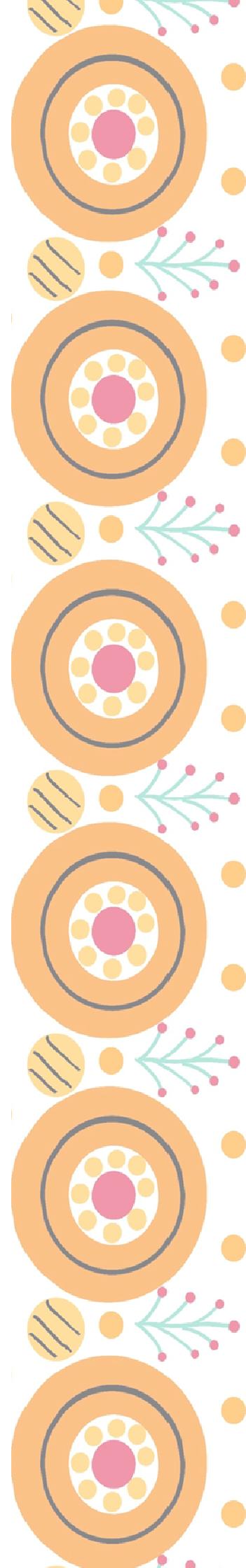
НЕВЕРОЯТНАЯ ВЯТКА

Учебное пособие к практическим занятиям

по статистике и теории вероятностей

для 7 класса

Киров 2024



ОТ АВТОРОВ

В предлагаемой разработке представлены результаты работы над проектом «неВЕРОЯТНАЯ ВЯТКА» в рамках конкурса студенческих проектов. Цель работы: повышение интереса учащихся к изучению предмета «Вероятность и статистика» посредством решения заданий и проведения статистических исследований на близком семиклассникам жизненном материале малой родины.

В состав методических материалов входят:

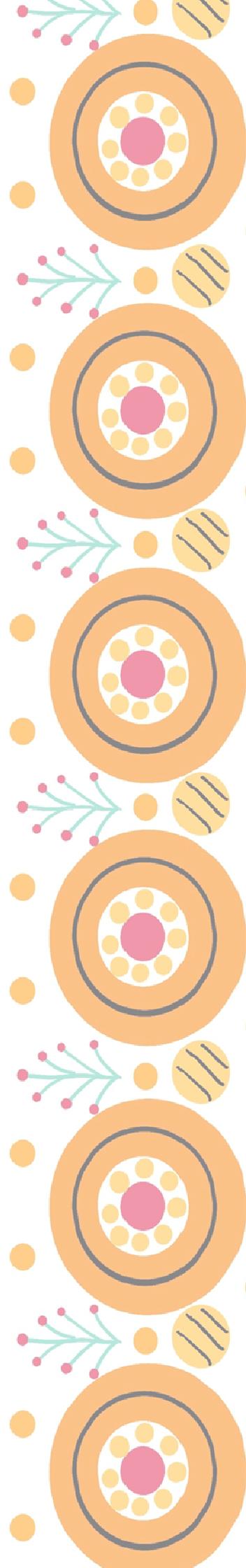
- комплект заданий;
- решения и ответы;
- презентации к урокам.

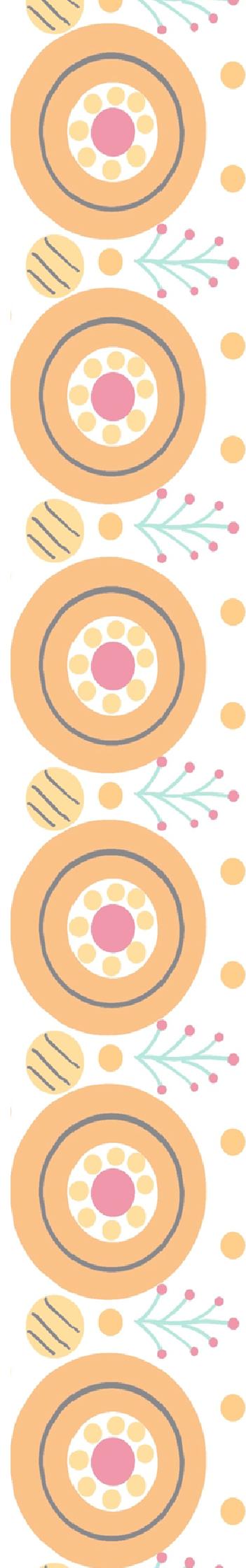
Разработка ориентирована прежде всего на работу с учебником Теория вероятностей и статистика: 7-9 классы: учебное пособие И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко; под ред. И. В. Яценко — 3-е изд., стер. — М.: Просвещение, 2023. Авторы также использовали Методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике И.Р. Высоцкого, И.В. Яценко под ред. Яценко, 2-е издание. — М.: Просвещение, 2023.

Мы сделали попытку «приблизить» новую для учащихся науку к их дому, малой родине. Надеемся, что это будет полезным и послужит побудительным мотивом для поиска учителем форм и методов преподавания новой дисциплины.

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Представление данных.....	7
1. Таблицы. Упорядочивание данных и поиск информации.....	8
2. Подсчёты и вычисления в таблицах.....	17
3. Столбиковые диаграммы. Круговые диаграммы.....	21
4. Возрастно-половые диаграммы.....	29
5. Контрольная работа №1.....	31
Глава 2. Описательная статистика.....	36
1. Среднее арифметическое числового набора.....	37
2. Медиана числового набора.....	41
3. Наибольшее и наименьшее значение. Размах. Мода.....	47
4. Обозначения в статистике. Свойство среднего арифметического.....	50
5. Контрольная работа №2.....	52
Глава 3. Случайная изменчивость.....	55
1. Примеры случайной изменчивости. Точность и погрешность измерений.....	56
2. Тенденции и случайные отклонения.....	59
3. Частоты значений в массиве данных. Связь между частотами и средним арифметическим...62	
4. Группировка данных и гистограммы. Выборка. Рост человека.....	67
5. Статистическая устойчивость и оценка с помощью выборки.....	71
Глава 4. Введение в теорию графов.....	74
1. Графы. Вершины и рёбра графа. Степень вершины.....	75





2. Пути в графе. Связный граф.....	78
3. Задача о Кёнигсбергских мостах, эйлеровы пути и эйлеровы графы.....	80
Глава 5. Логика.....	84
1. Утверждения и высказывания. Отрицание.....	85
2. Условные утверждения.....	89
3. Обратные и равносильные утверждения. Признаки и свойства. Необходимые и достаточные условия....	91
4. Противоположные утверждения. Доказательство от противного.....	94
Глава 6. Случайные опыты и случайные события.....	96
1. Примеры случайных опытов и случайных событий. Вероятности и частоты событий.....	97
2. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Как и зачем узнать вероятность события.....	101
3. Вероятная защита информации от ошибок.....	103
Ответы.....	106
Источники.....	124

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ



Важно знать!



Нужно решить!



Задание на дом



Контрольная работа

5

Задание повышенной сложности



Презентация к уроку

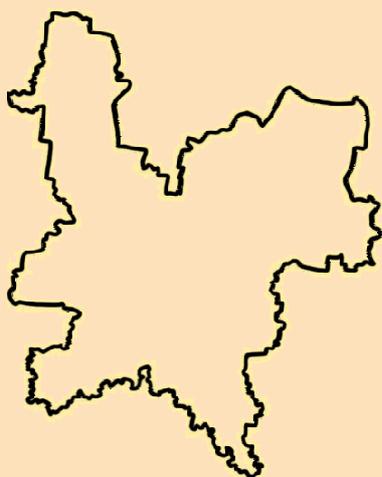


Интересные факты про Кировскую область



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАНЫХ

1. Таблицы. Упорядочивание данных и поиск информации.
2. Подсчёты и вычисления в таблицах.
3. Столбиковые диаграммы. Круговые диаграммы.
4. Возрастно-половые диаграммы.



Исторически Кировской области предшествовала Вятская губерния, образованная в 1780 году;

Столица области город Киров раньше назывался Вяткой, до этого Хлыновым, а еще раньше снова Вяткой. Имя Киров он получил в честь революционера Сергея Кирова, настоящая фамилия которого была Костриков, и который в Кирове не был ни разу в жизни;

1. ТАБЛИЦЫ. УПОРЯДОЧИВАНИЕ ДАННЫХ И ПОИСК ИНФОРМАЦИИ



Вероятность - это количественный показатель ожидаемости того или иного события.

Статистика - это наука, которая занимается способами сбора, обработки и представления больших массивов данных.

Таблица - самый простой и удобный способ упорядочить данные.

an	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4	4	16	64	256	1024	4096	16384			
5	5	25	125	625	3125	15625	78125			
6	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
7	7	49	343	2401	16807	117649	823543			
8	8	64	512	4096	32768	262144	2097152			
9	9	81	729	6561	59049	531441	4782969			
10	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000			

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

№ п/п	Контрольные пункты	7 ноя., вт., ср., чт., пт., сб.										7 ноя. воскр. (выездной маршрут)		8 ноя., вт., ср., чт., пт., сб.			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13			
1	АИИ №12																
2	Дальневосточный СЭИ №2	6:50	7:42	8:30	10:00	11:57	13:32	13:16	13:16	14:09	17:00	17:02	17:50	18:45			
3	СЭИ №2	6:52	7:44	8:32	10:02	11:59	13:34	13:18	13:18	14:02	17:04	17:52	18:47				
4	Авиаторов	6:54	7:46	8:34	10:04	12:01	13:36	13:20	13:20	14:04	17:06	17:54	18:49				
5	Павлов	6:57	7:49	8:37	10:07	12:06	13:39	13:23	13:23	14:07	17:09	17:57	18:52				
6	СЭИ №1	6:59	7:52	8:39	10:09	12:08	13:41	13:25	13:25	14:09	17:11	17:59	18:55				
7	Богатыря	7:01	7:55	8:21	10:11	12:10	13:43	13:28	13:28	14:12	17:14	18:01	18:57				
8	Землячки	7:03	7:57	8:23	10:13	12:11	13:45	13:30	13:30	14:15	17:17	18:03	18:59				
9	ул. Орджоникидзе	7:04	7:59	8:26	10:16	12:13	13:46	13:34	13:34	14:19	17:20	18:06	19:02				
10	ул. Ленина-комсомольца	7:05	8:02	8:29	10:19	12:15	13:48	13:37	13:37	14:21	17:23	18:09	19:05				
11	Бурлаки	7:07	8:03			12:50	13:38	13:38	14:22	17:24	18:10	19:06					
12	Турап	7:10	8:07			12:53	13:42	13:42	14:26	17:28	18:14	19:10					
13	Витчи	8:11						13:40	14:30			18:18					
14	ТУРАП	7:10	8:15				12:50	13:42	13:50	14:34	17:28	18:22	19:18				
15	Бурлаки	7:11	8:19				12:58	13:44	13:54	14:38	17:32	18:26	19:14				
16	ул. Ленина-комсомольца	7:13	8:20	8:29	10:19	12:15	13:01	13:45	13:55	14:39	17:33	18:27	19:15				
17	ул. Орджоникидзе	7:14	8:22	8:31	10:21	12:17	13:02	13:48	13:58	14:41	17:35	18:29	19:17				
18	Землячки	7:17	8:24	8:33	10:23	12:19	13:04	13:51	14:01	14:45	17:37	18:31	19:19				
19	СЭИ №1	7:19	8:30	8:36	10:26	12:21	13:05	13:53	14:07	14:49	17:39	18:34	19:22				
20	Павлов	7:21	8:33	8:39	10:29	12:25	13:07	13:54	14:09	14:51	17:41	18:37	19:25				
21	Авиаторов	7:24	8:36	8:41	10:31	12:27	13:10	13:55	14:12	14:54	17:43	18:39	19:27				
22	СЭИ №2	7:28	8:38	8:43	10:33	12:29	13:13	13:57	14:14	14:56	17:45	18:41	19:29				
23	Автозавода	7:30	8:40	8:46	10:36	12:31	13:15	13:59	14:16	14:58	17:48	18:43	19:32				

Рисунок 1. Примеры таблиц

Задачи

1. В таблице представлены реки Кировской области и их длина.



Река	Длина (км)
Вятка	1250
Кама	551
Кобра	205
Луза	210
Молома	419
Пижма	220
Чепца	200

Упорядочена ли таблица? Если да, то по какому признаку?

Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Упорядочьте.

2. В таблице представлены средняя заработная плата по категориям персонала Кировской области.

Категории работников	Всего (руб.)
Научные сотрудники	83 055
Преподаватели высших образовательных организаций	79 706
Врачи и работники с высшим образованием	68 262
Работники учреждений культуры	37 845
Средний медицинский персонал	37 505

Упорядочена ли таблица? Если да, то по какому признаку?

Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Упорядочьте.

3. В таблице представлены районы города Кирова, их площадь и численность населения.

Районы	Площадь (кв. км)	Население (чел.)
Ленинский	162,5	211 292
Нововятский	36,5	48 665
Октябрьский	274,2	128 963
Первомайский	86,8	79 282

Упорядочена ли таблица? Если да, то по какому признаку?

Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Упорядочьте.

4. В таблице представлены районы Кировской области и их центры.

Район	Центр
Афанасьевский	р.п. Афанасьево
Богородский	р.п. Богородское
Верхнекамский	г. Кирс
Зуевский	г. Зуевка

Упорядочена ли таблица? Если да, то по какому признаку?

Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Упорядочьте.

5. Таблица «Средняя заработная плата работников по категориям персонала в организациях социальной сферы и науки Кировской области за январь-июнь 2023 года».

Средняя заработная плата работников по категориям персонала в организациях социальной сферы и науки Кировской области за январь-июнь 2023 года (руб.)				
Категория работников	Всего	В том числе по формам собственности организаций		
		Федеральная	Субъектов РФ	Муниципальная
Педагогические работники дошкольных образовательных организаций	37 643	-	36 623	37 654
Педагогические работники образовательных организаций общего образования	46 420	-	43 796	47 659
Педагогические работники организаций дополнительного образования детей	44 466	-	49 925	43 515
Преподаватели и мастера производственного обучения образовательных организаций начального и среднего профессионального образования	47 195	51 855	46 602	-
Преподаватели образовательных организаций высшего профессионального образования	79 706	79 607	-	-
Врачи и работники медицинских организаций, имеющие высшее медицинское (фармацевтическое) или иное высшее образование, предоставляющее медицинские услуги	68 262	72 082	67 745	52 197
Средний медицинский (фармацевтический) персонал	37 505	39 889	37 449	28 090
Младший медицинский персонал	31 280	35 402	30 880	-
Социальные работники	37 684	-	37 684	-

1) Упорядочена ли таблица? Если она упорядочена, то по какому признаку?

2) Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Если да, то по какому?

3) Что находится на пересечении четвертой строки и пятого столбца?

4) Какую заработную плату получали в январе 2023 года преподаватели высших учебных заведений?

6. В таблице представлена информация о знаменитых ученых, родившихся на Вяткой земле.

Ученый	Годы жизни	Где родился	Звание, награды, достижения в науке
Бакулев Александр Николаевич	25 ноября (7 декабря) 1890 - 31 марта 1967	деревня Невинниковская близ г.Слободского Вятской губернии.	Хирург, член-корреспондент АН, президент Академии медицинских наук (1954-1957), лауреат Государственных премий, Герой Труда (1960). В 1956 г. на базе клиники Бакулева создан институт сердечно-сосудистой хирургии, научным руководителем которого он был до конца жизни.
Бехтерев Владимир Михайлович	20 января (1 февраля) 1857 - 24 декабря 1927	д. Сорали Вятской губернии	Невропатолог, психиатр, психолог. С 1893 - профессор Военно-медицинской академии, с 1897 - профессор Женевского медицинского института, с 1908 - директор Психоневрологического института, с 1918 - директор Института по изучению мозга и психической деятельности.
Буш Николай Адольфович	29 октября (10 ноября) 1869 - 7 августа 1941	г. Слободской Вятской губернии	Ботаник, доктор биологических наук, профессор, член-корреспондент АН СССР. Автор более 150 научных работ.
Спицын Александр Александрович	14 (26) августа 1858- 17 сентября 1931	г. Яранск Вятской губернии	Археолог, действительный член Академии истории материальной культуры, член-корреспондент Российской АН. Автор более 300 трудов.
Гусев Матвей Матвеевич	16 (28) ноября 1826 - 10 (22) апреля 1866	г. Вятка	Первый русский астрофизик. Первым в России начал фотографическое исследование солнечных пятен, начал издавать первый в стране журнал по точным наукам "Вестник математических наук".

Зеленин Дмитрий Константинович	(21 октября) (2 ноября) 1878 - 31 августа 1954	с. Люк Сарапульского уезда Вятской губернии	Этнограф, филолог, член-корреспондент АН. С 1904 г. - член Русского географического общества. В 1916-1925 гг. работал в Харьковском и Ленинградском университетах.
Циолковский Константин Эдуардович	5 (17) сентября 1857 - 19 сентября 1935	село Ижевское (ныне Рязанская область).	Теоретик воздухоплавания, аэродинамики, основоположник космонавтики, философ. Жил в Вятке с 1868 по 1873 и с 1876 по 1878. До марта 1873 учился в Вятской гимназии.

По данным таблицы ответьте на вопросы:

- 1) Какой ученый занимался биологией? Где он родился? Перечислите его достижения в науке;
- 2) Кто из перечисленных ученых является членом Русского географического общества, с какого года?
- 3) В какие годы проживал на Вятке К. Э. Циолковский? Какой областью науки он занимался? Знаешь ли ты еще что-то об этом ученом, кроме данных таблицы?

7. В таблице представлены учебные заведения города Кирова, их адреса и номера телефонов приёмной комиссии.

Учебное заведение	Адрес	Номер телефона приёмной комиссии
ВятГАТУ	Октябрьский пр. 123	54-86-88
МГЮА	Ленина 99	35-48-82
ВятГУ	Московская 36	32-11-42
МФЮА	Ленина 104	37-47-04

32-11-42 – номер телефона приёмной комиссии какого учебного заведения?

Какой адрес МФЮА?

Какое учебное заведение находится по адресу Ленина 99, и какой номер телефона приемной комиссии?

8. В таблице представлены музеи города Кирова.

Музей	Тематика
Вятский Палеонтологический Музей	Естествознание
Музей истории мороженого Артико	Детский
Музей истории Хлынова	История
Музей Дымковской игрушки	Специализированный
Музей Леденцово	Детский
Галерея Прогресса	Художественный

У каких музеев детская тематика?

К какой тематике относится Галерея Прогресса?

Какая информация представлена в 4 строке?

В каких из этих мест вы были или хотите побывать?

9. В таблице представлены города Кировской области и их численность населения.

Город	Население, тыс. чел.	Город	Население, тыс. чел.	Город	Население, тыс. чел.
Киров	471 754	Котельнич	20 144	Луза	9 658
Кирово-Чепецк	66 651	Яранск	15 279	Кирс	8 982
Вятские Поляны	29 742	Советск	14 625	Уржум	8 448
Слободской	29 148	Зуевка	9 767	Сосновка	8 428
Омутнинск	21 431	Белая Холуница	9 659	Нолинск	8 262

Упорядочена ли таблица? Если да, то по какому признаку?

Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Упорядочьте;

Найдите разницу между населением Вятских Полян и Омутнинска;

Население какого города больше: Уржума или Нолинска?

10. Таблица «Паровой флот вятских судовладельцев 1860-1918 гг.»

Паровой флот вятских судовладельцев 1860-1918 гг.			
Первоначальное название, судовладелец	Год постройки	Мощность (номинальных сил)	Примечания
«Гражданин», Ф.Т.Булычёв	1863	60	Буксирный. Первый пароход вятского пароходства Ф.Т.Булычёва
«Ф.Булычёв», Т.Ф.Булычёв	1874	70	Первенец булычевского пассажирского флота. В 1902 г.–1903 г. перестроен в двухэтажный
«Посланник», Я.Ф.Тырышкин	1891	45	Буксирный. Открыл буксирную линию Вятка-Москва в 1904 г. Канонерская лодка красных в 1919 г.
«Александр», А.Е.Шубин	1893	60	Буксирно-пассажирский. Построен в Вятке. Котёл и машина холуницкого завода
«Александр», Я.Ф.Тырышкин	1899	50	Товаро-пассажирский. Участник боёв на Вятке и Каме в 1919 г. на стороне красных
«Отец», торговый дом «Наследники коммерции советника И.В.Александрова»	1900	60	Грузо-пассажирский. Самый большой и вместительный из вятских пассажирских пароходов 1950-е гг.

- 1) Упорядочена ли таблица? Если она упорядочена, то по какому признаку?
- 2) Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Если да, то по какому?
- 3) Что находится на пересечении третьей строки и четвёртого столбца?
- 4) Какова мощность товаро-пассажирского парохода?



Домашнее задание

1. В таблице представлены районы города Кирова, их площадь и численность населения.

Районы	Площадь (кв. км)	Население (чел.)
Первомайский	86,8	79 282
Октябрьский	274,2	128 963
Нововятский	36,5	48 665
Ленинский	162,5	211 292

По какому признаку упорядочена таблица?

На сколько площадь Октябрьского района больше площади Ленинского?

Население какого района составляет 48 665? Какая площадь этого района?

2. В таблице представлены районы города Кирова, их площадь и численность населения.

Река	Длина (км)
Вятка	1250
Кама	551
Молома	419
Пижма	220
Луза	210
Кобра	205
Чепца	200

Упорядочьте таблицу по алфавиту;

Расположите реки Луза, Пижма, Чепца и Кобра по возрастанию их длины;

Во сколько раз Вятка больше, чем Чепца?

3. В таблице представлены природные достопримечательности Кировской области.

Достопримечательности	Место
Заповедник «Нургуш»	г. Котельнич
Озеро Шайтан	г. Уржум
Село Великорецкое	Юрьянский р-он
Атарская Лука	г. Советск
Водопад у д. Помяловка	д. Куршино

Упорядочьте таблицу по алфавиту;

Что находится в городе Советск?

Где находится Озеро Шайтан?

Какая информация представлена в 3 строке?

4. В таблице представлены школы города Кирова.

Школа	Адрес
МБОУ СОШ с УИОП №37	Октябрьский пр. 129
МБОУ СОШ №18	Свердлова 21
МБОУ СОШ №70	Ленина 158 А
МБОУ СОШ №45 им. А.П.Гайдара	Гайдара 5

По какому адресу находится школа №70?

Какая школа находится на Гайдара 5?

Какая информация представлена во второй строке второго столбца?

5. В таблице представлена информация о знаменитых художниках, писателях и композиторах, родившихся на Вяткой земле.

	Годы жизни	Где родился	Вид деятельности
Чайковский Петр Ильич	25 апреля (7 мая) 1840 - 25 октября (6 ноября) 1893	г. Воткинск Вятской губернии	Композитор
Шишкин Иван Иванович	13 (25) января 1832 – 8 (20) марта 1898	г. Елабуга Вятской губернии	Живописец - пейзажист
Васнецов Виктор Михайлович	3 (15) мая 1848 – 23 июля 1926	с. Лопьял Вятской губернии	Художник
Васнецов Аполлинарий Михайлович	6 августа (25 июля) 1856 - 23 января 1933	с. Рябово Вятской губернии	Художник, автор ряда трудов по теории искусства, истории, археологии
Лобовиков Сергей Александрович	19 июня (1 июля) 1870 - 28 ноября 1941	с. Белая Глазовского уезда Вятской губернии	Фотограф, почетный член фотографических обществ в России и за рубежом
Грин (Гринеvский) Александр Степанович	11 (23) августа 1880 – 8 июля 1932	г. Слободской Вятской губернии	Писатель

По данным таблицы ответьте на вопросы:

- 1) Где родился Петр Ильич Чайковский? Назовите его дату рождения;
- 2) Назовите имена вятских художников. Знаете ли вы их картины?
- 3) О каком писателе есть информация в таблице? В каком городе он родился?



2. ПОДСЧЁТЫ И ВЫЧИСЛЕНИЯ В ТАБЛИЦАХ



Таблица в Excel – это прямоугольная область листа, в которой каждая строка представляет собой набор данных, а в ячейке на пересечении данной строки и каждого столбца находится единица данных.

Excel – это широко распространенная компьютерная программа. Необходима она для проведения расчетов, анализа данных, прогнозирования, составление графиков погашения, таблиц и диаграмм, вычисления простых и сложных функций.

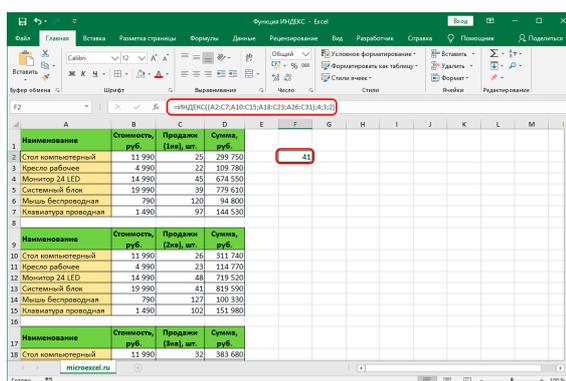


Рисунок 2. Пример таблица в Excel.



Задачи

1. В таблице показано, сколько дней в месяц выпадали осадки в Кирове в течение некоторого года.

Осадки	Янв.	Фев.	Март	Апр.	Май	Июнь	Июль	Авг.	Сент.	Окт.	Нояб.	Дек.
Дождь	0	0	0	2	4	4	3	3	4	3	0	0
Солнечные дни	3	2	3	5	17	17	21	17	7	3	0	2

Пользуясь данными, представленными в таблице, найдите сколько дней в Кирове было солнечно в летние месяцы.

2. В таблице время восхода и захода солнца в Кирове с 26 сентября по 2 октября 2023 года.

Дата	Время восхода	Время захода
26.09.23	05:33	17:30
27.09.23	05:37	17:27
28.09.23	05:39	17:24
29.09.23	05:41	17:21
30.09.23	05:43	17:18
01.10.23	05:46	17:15
02.10.23	05:48	17:13

По данным таблицы определите долготу первой и второй даты, шестой и седьмой даты в Кирове. Долгота дня (световой день) — время между восходом и заходом солнца. Ответ запишите в формате «3 ч 23 мин».

Сделайте выводы.

3. В таблице даны почтовые тарифы (в рублях) на стоимость отправки посылки из Кирова в Кирс (Кировская обл.) в зависимости от его массы.

Вид письма	Стоимость пересылки (в рублях) письма массой				
	0–100 г	1000–1500 г	1500– 2000 г	2000 –3000 г	3000 –5000 г
Обычное	318	349	411	473	535
Ускоренное	234	444	528	604	671
Курьером	467	562	632	701	765

Сколько рублей стоит пересылка ускоренной посылки массой 1700 г?

Сколько рублей стоит пересылка обычной посылки массой 51 г?

Сколько рублей стоит пересылка посылки курьером массой 3900 г?

Фирме «Клевер» требуется отправить 2 обычные посылки весом 3,1 кг каждая, одно ускоренное письмо весом 100 г и 3 письма курьером, вес каждого 50 г. Сколько будет стоить такая услуга?

4. В таблице показана стоимость (в рублях) парикмахерских услуг в салоне «Прядки в порядке».

Услуга	Мужская	Женская	Детская (до 12 лет)
Пилинг кожи головы	150	150	-
Подравнивание чёлки	150	150	150
Мытьё и сушка волос	199	299	-
Укладка	350	650	-
Художественный выстриг волос	350	350	350
Подравнивание кончиков волос	-	250	250

- 1) Люба после работы зашла в парикмахерскую, где ей подстригли чёлку и сделали укладку волос. Сколько рублей стоят парикмахерские услуги?
- 2) Семья из трёх человек пришла в салон. Мужчине нужен художественный выстриг волос, женщине – подравнивание кончиков, ребёнку – подравнивание чёлки. Какова сумма всех этих услуг?



Домашнее задание

1. В таблице время восхода и захода солнца в Кирове с 26 сентября по 2 октября 2023 года.

Дата	Время восхода	Время захода
26.09.23	05:33	17:30
27.09.23	05:37	17:27
28.09.23	05:39	17:24
29.09.23	05:41	17:21
30.09.23	05:43	17:18
01.10.23	05:46	17:15
02.10.23	05:48	17:13

По данным таблицы определите долготу ночи в Кирове 29 сентября 2023 года. Долгота ночи — время между заходом и восходом солнца. Ответ запишите в формате «3 ч 23 мин».

Когда протяжённость дня была наибольшей, а когда наименьшей?



3. СТОЛБИКОВЫЕ ДИАГРАММЫ. КРУГОВЫЕ ДИАГРАММЫ



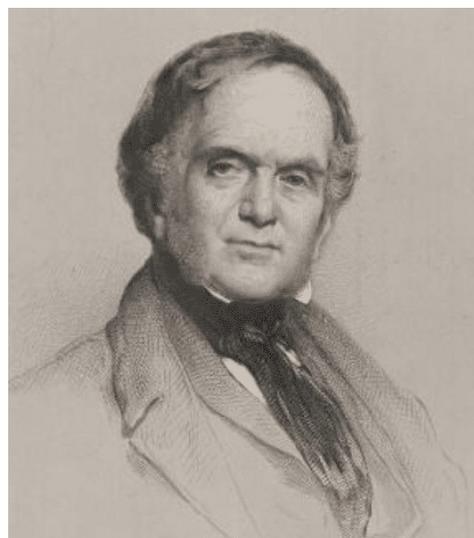
Диаграмма – это графическое представление данных линейными отрезками или геометрическими фигурами.

Уильям Плейфэр
(22.09.1795 – 11.02.1823)

Шотландский инженер.

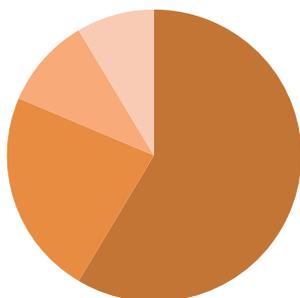
Основатель графических методов статистики.

Первым придумал представлять информацию в виде графиков, геометрических фигур.

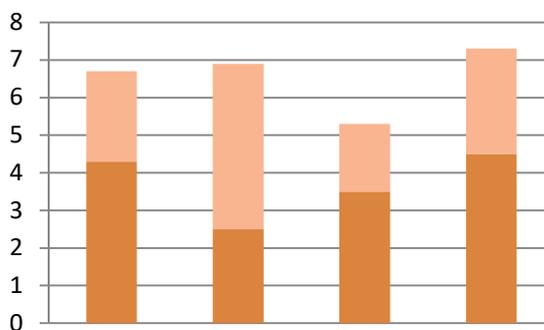


Виды диаграмм:

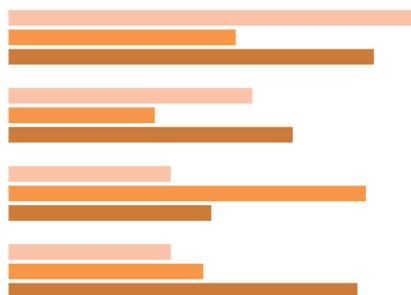
Круговая



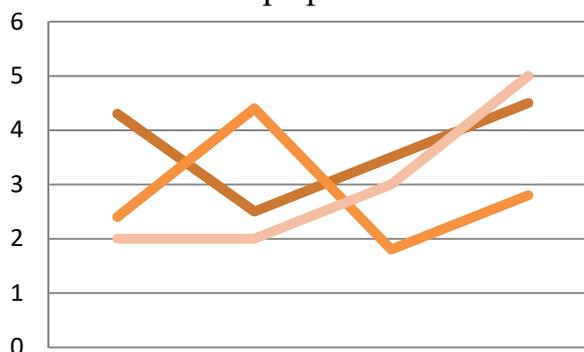
Столбчатая



Линейчатая



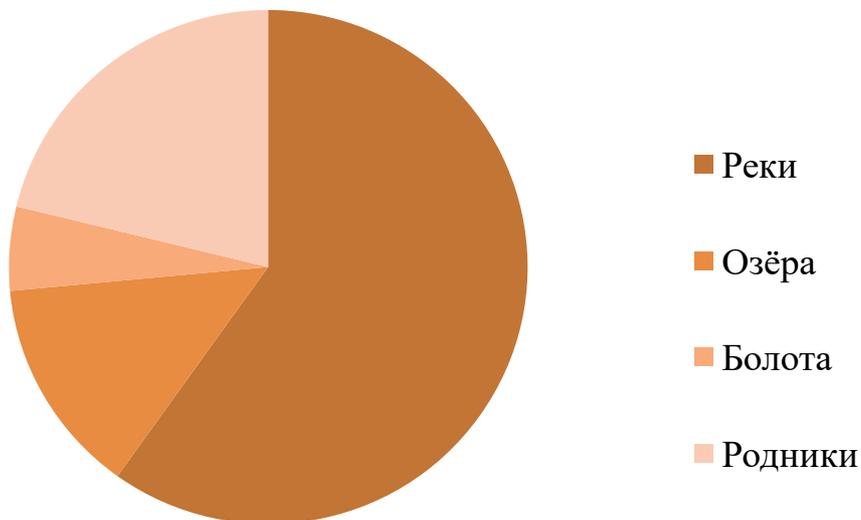
График



Задачи

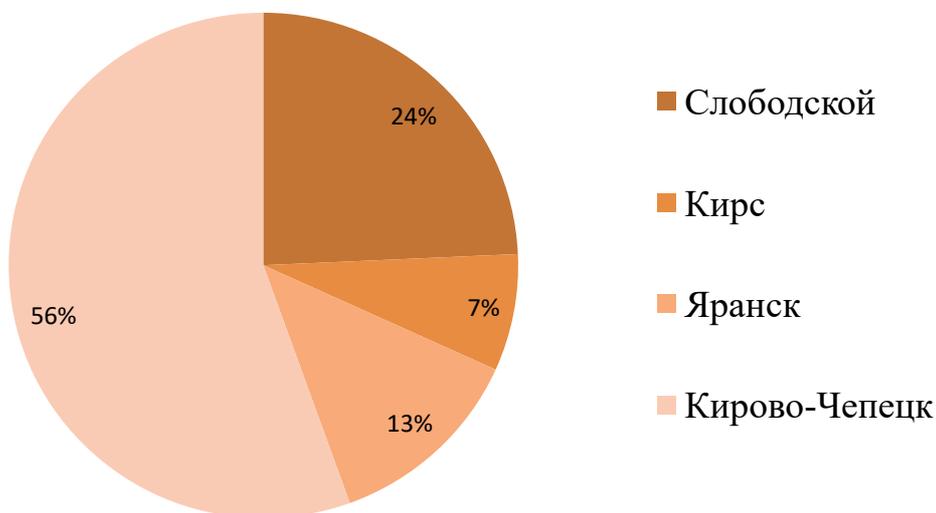


1. На диаграмме показаны водоёмы Кировской области



Определите по диаграмме, каких водоемов больше всего в Кировской области?

2. На диаграмме показаны города Кировской области



Определите по диаграмме, какой город находится на втором месте по численности жителей? Сколько процентов жителей в г. Яранске? Определите:

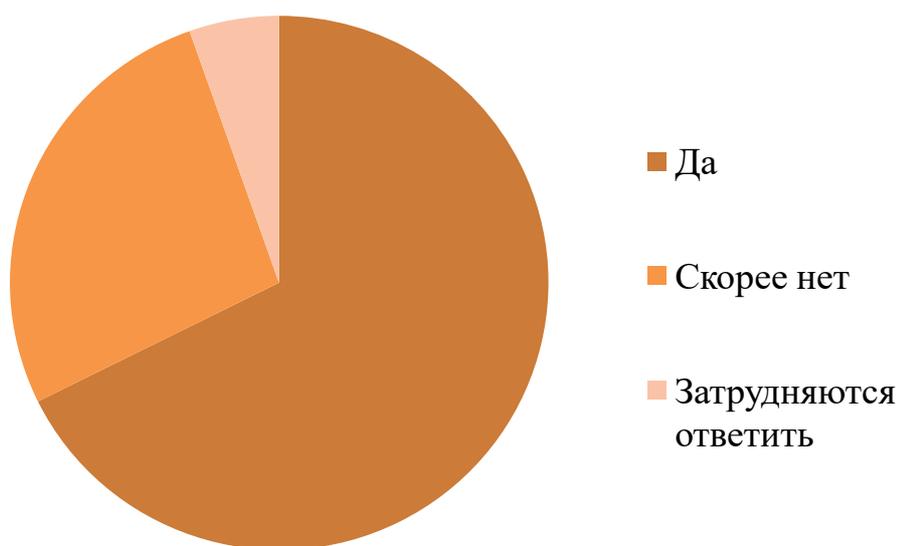
а) численность жителей г. Кирса, если всего в этих городах четырех городах 123600 человек;

б) какова численность города Яранска, если численность Слободского 28908 человек.

3. В Кировской области 18 городов, 40 посёлков городского типа, 208 сельских округов, 4 177 сельских населённых пунктов. Постройте круговую диаграмму по этим данным.

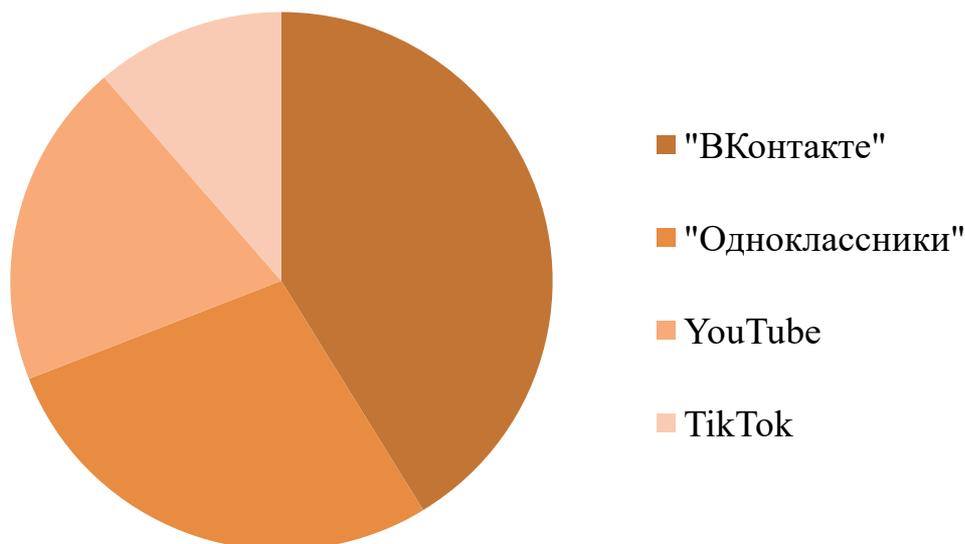
4. По инициативе УМВД России по Кировской области Общественным советом при УМВД и Волго-Вятским институтом (филиалом) Университета им. О.Е. Кутафина (МГЮА) в 2023 году проведено изучение общественного мнения по отношению населения Кировской области к деятельности полиции.

На вопрос «Доверяете ли Вы полиции в обеспечении Вашей личной и имущественной безопасности?» были получены следующие ответы.



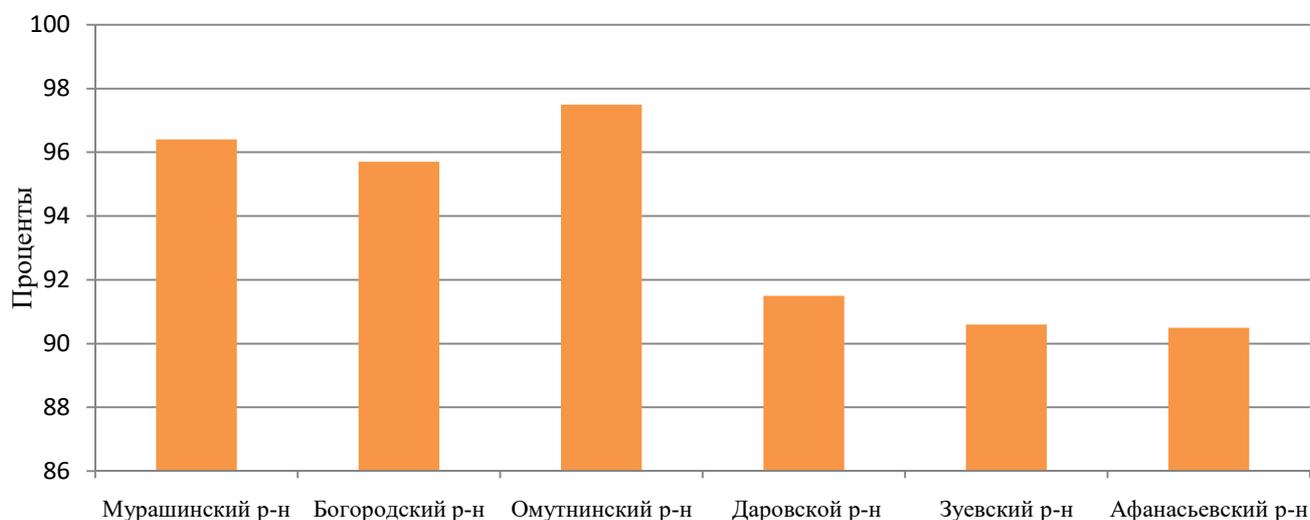
Сколько процентов опрошенных затрудняются ответить?

5. Был проведён социальный опрос, чтобы узнать насколько активно ведут себя жители Кировской области в сети Интернет.



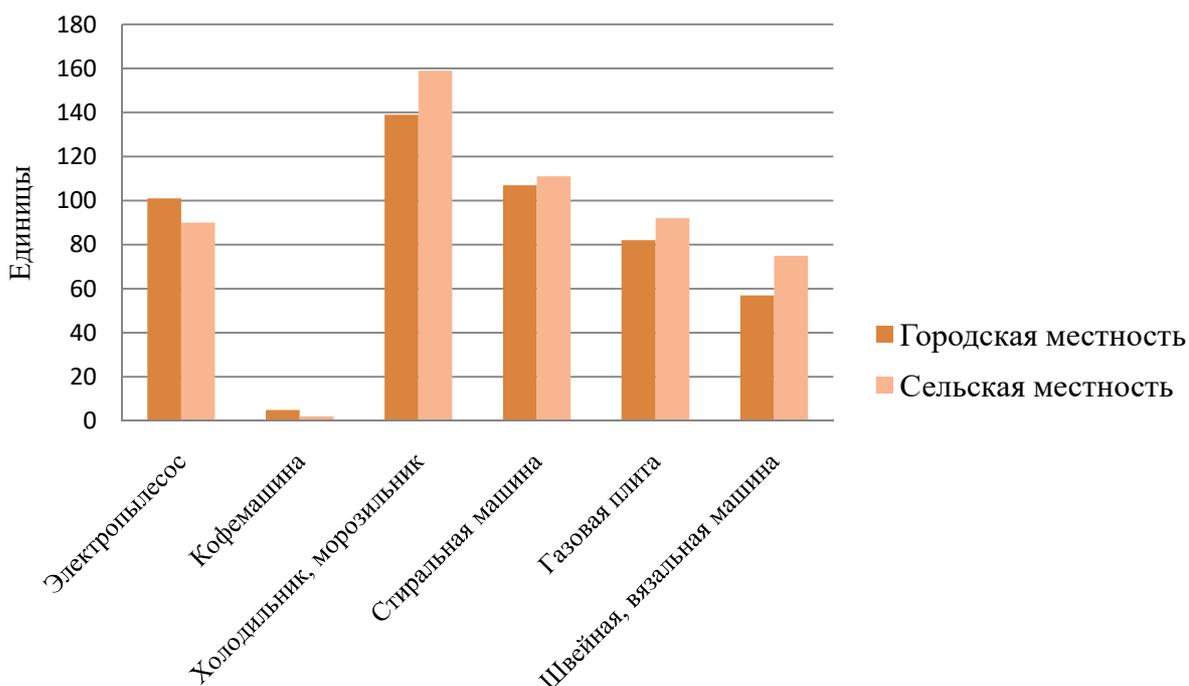
Сколько примерно процентов жителей Кировской области пользуются YouTube и TikTok вместе?

6. Кировстат опубликовал данные о состоянии дорожной сети в Кировской области по состоянию на конец 2020 года.



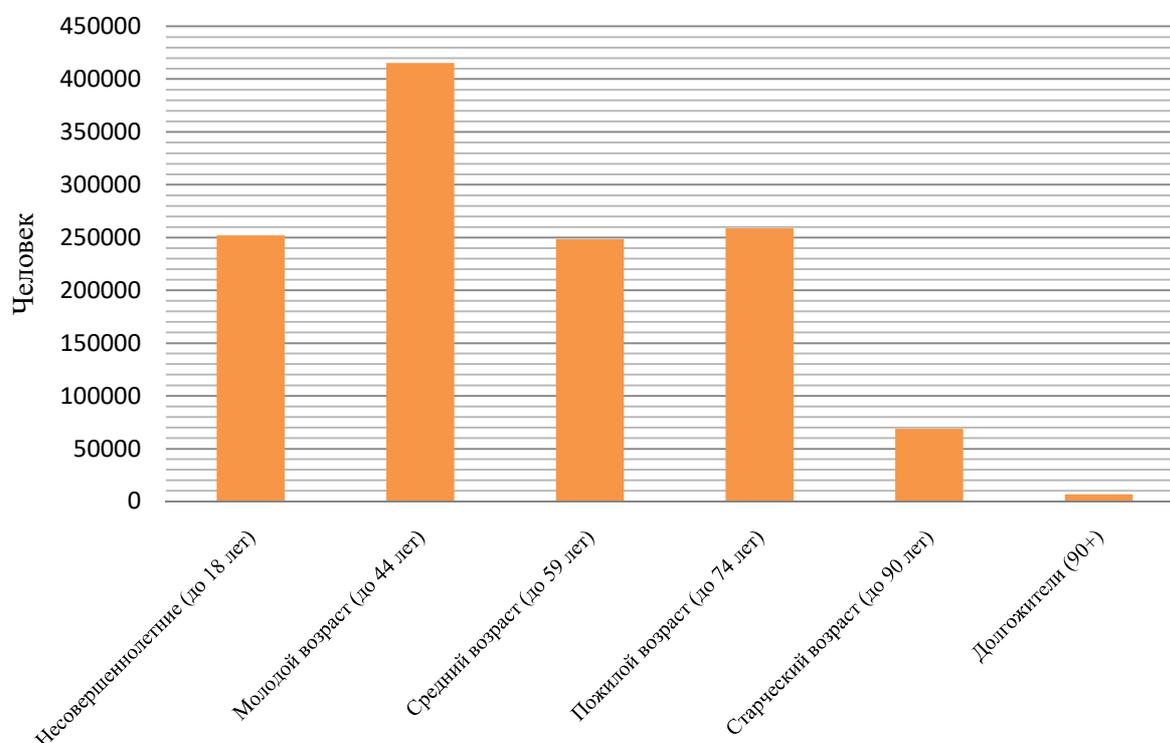
Определите, какой район занимает второе место по данной диаграмме?

7. Кировстат предоставил интересную статистику в части наличия бытовой техники в семьях региона.



В какой местности больше холодильников? Где меньше швейных машин?

8. Кировстат предоставил информацию о возрастной структуре населения Кировской области.

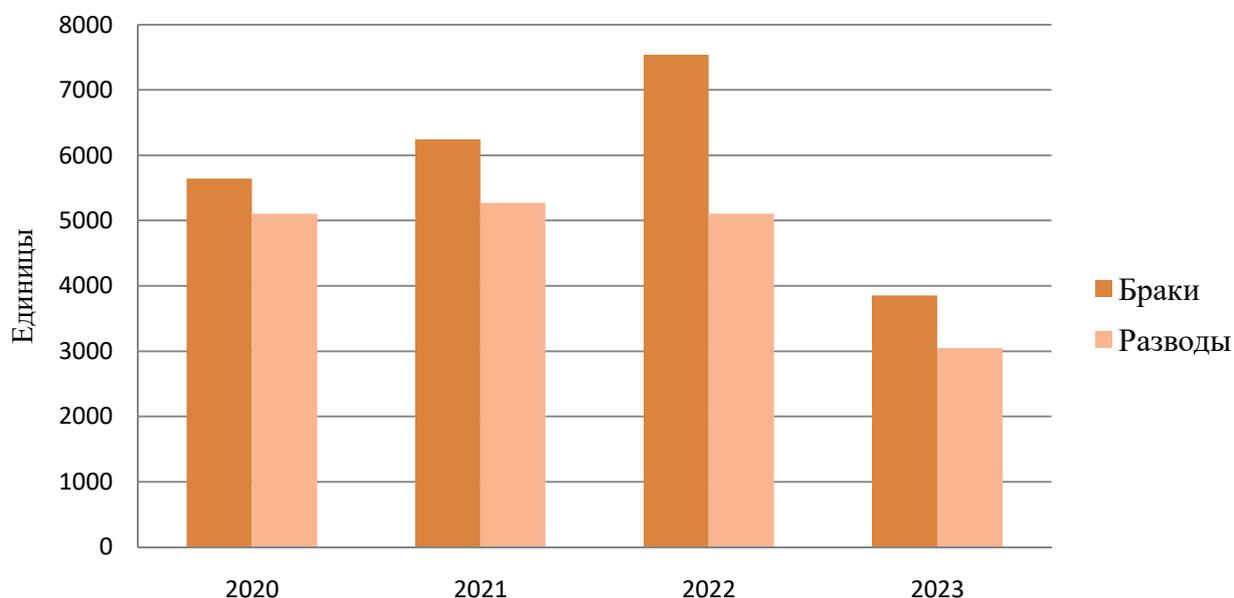


Распределите от меньшего к большему возрастные группы.

Какая группа самая малочисленная?

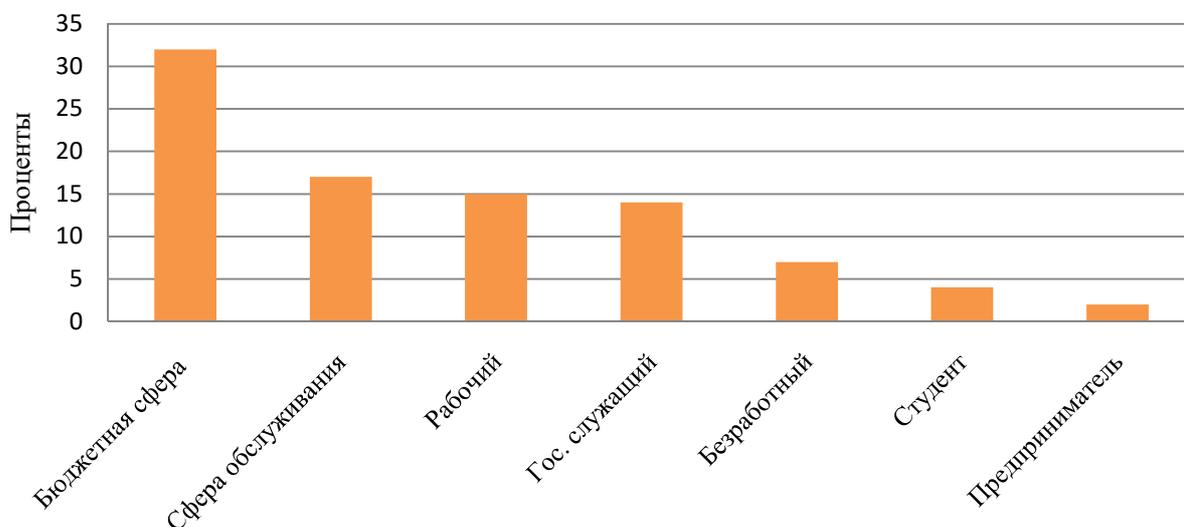
Сделайте выводы по таблице.

9. Росстат предоставил информацию о количестве браков и разводов в Кировской области.



В каком году было заключено больше всего браков?

10. Городская еженедельная газета "Источник новостей" в своем выпуске от 5 февраля 2021 года на основе последних данных социологов составила статистику занятости населения Кировской области. Числа указаны в процентах.



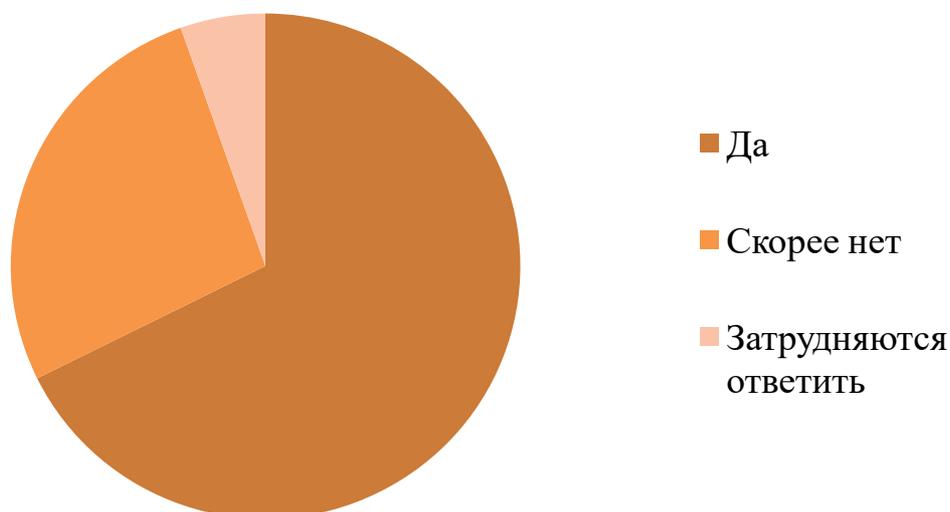
Укажите виды деятельности, которыми занимается меньше 10 процентов населения.



Домашнее задание

1. По инициативе УМВД России по Кировской области Общественным советом при УМВД и Волго-Вятским институтом (филиалом) Университета им. О.Е. Кутафина (МГЮА) в 2023 году проведено изучение общественного мнения по отношению населения Кировской области к деятельности полиции.

На вопрос «Вы чувствуете себя защищенным(-ой) от преступников, от посягательств на Вашу жизнь, здоровье, имущество?»



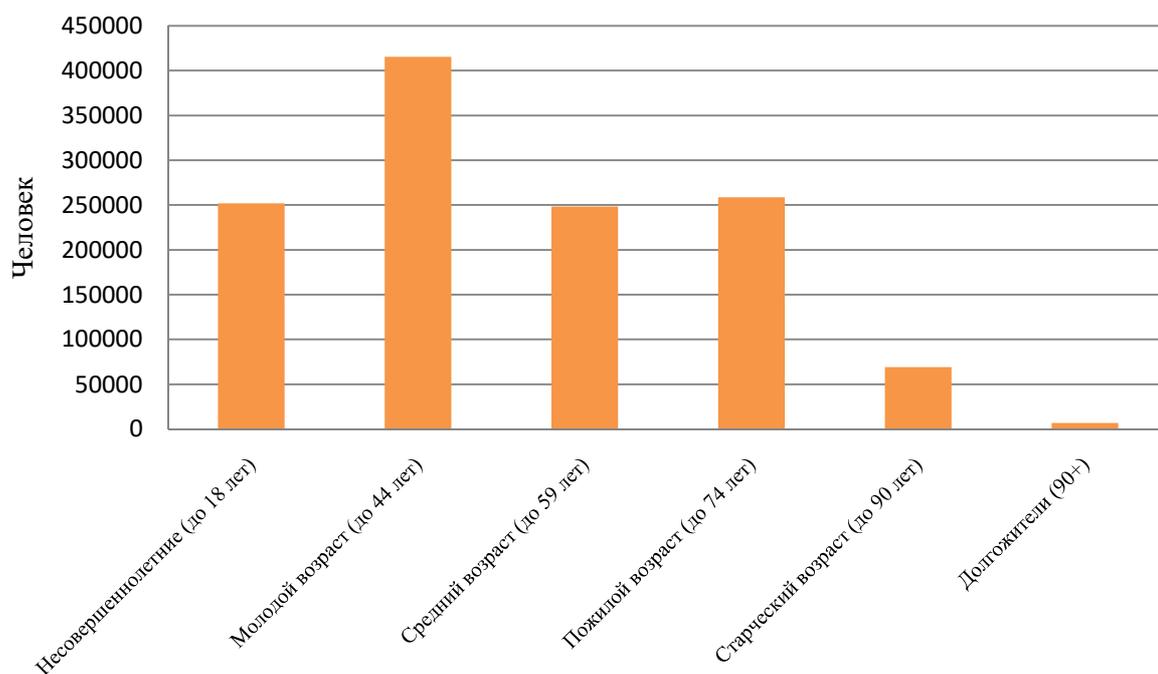
Сколько процентов опрошенных чувствуют себя защищёнными?

2. По данным Кировстата на конец 2020 года в нашем регионе выполняли исследования и занимались разработками 25 организаций.

Работники организаций: 589 исследователей, 53 доктора наук, 152 кандидатов наук, 273 аспирантов.

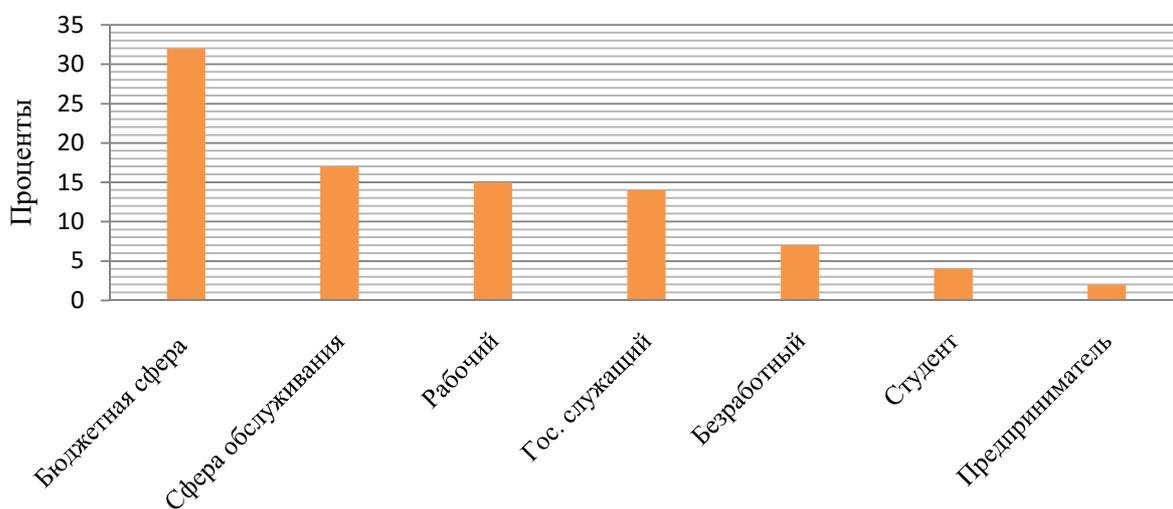
Постройте круговую диаграмму по этим данным.

3. Кировстат предоставил информацию о возрастной структуре населения Кировской области.



Какие возрастные группы входят в диапазон от 150 000 до 300 000?

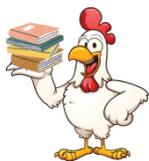
4. Городская еженедельная газета "Источник новостей" в своем выпуске от 5 февраля 2021 года на основе последних данных социологов составила статистику занятости населения Кировской области.



Посчитайте разницу между самым большим и самым маленьким показателями.



4. ВОЗРАСТНО-ПОЛОВЫЕ ДИАГРАММЫ



Возрастно-половая диаграмма - двусторонняя линейчатая диаграмма распределения населения по возрасту, причем с одной стороны графика изображается женское население, а с другой стороны - мужское.



Задачи

1. Какую информацию можно получить, анализируя данную диаграмму?

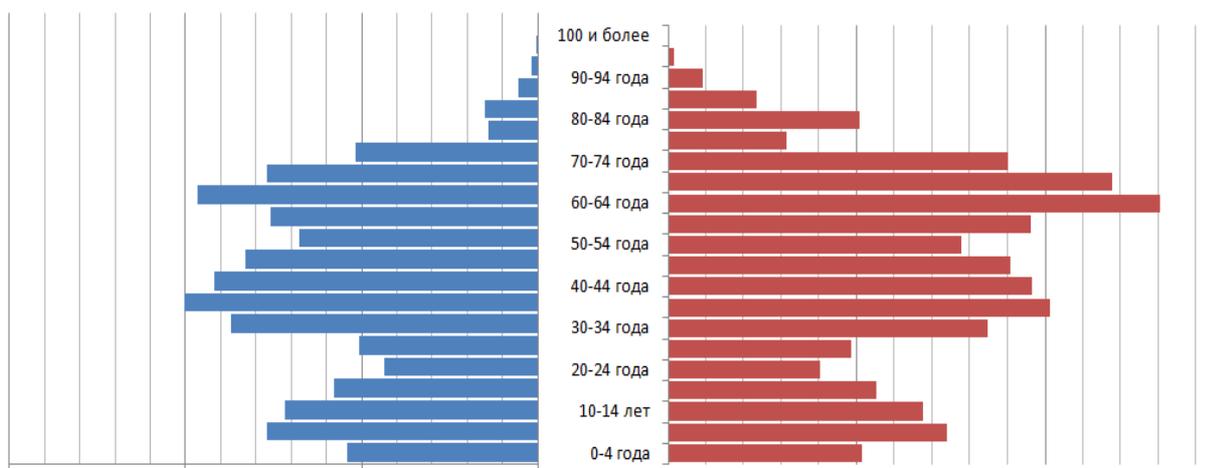


Диаграмма 1.

2. На диаграмме 1 показаны возрастные группы населения мужчин и женщин. Выполните задания:
- а) С помощью диаграммы определите, кто преобладает в возрастной группе 25-29 лет?
 - б) С помощью диаграммы определите, примерно во сколько раз женщин больше, чем мужчин в возрастной группе 75-79 лет?
 - в) С помощью диаграммы определите, в каком возрасте число женщин начинает преобладать над числом мужчин?
 - г) С помощью диаграммы определите, в каком возрасте число женщин достигает наибольшего значения?



Домашнее задание

1. На диаграмме показаны возрастные группы населения мужчин и женщин.

С помощью диаграммы определите, с какого возраста увеличивается мужская смертность?

2. На диаграмме показаны возрастные группы населения мужчин и женщин.

С помощью диаграммы определите, примерно во сколько раз женщин больше, чем мужчин в возрастной группе 85-89 лет?



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1



1. В таблице время восхода и захода солнца в Кирове с 1 апреля по 7 апреля 2023 года.

Дата	Время восхода	Время захода
01.04.23	05:09	18:21
02.04.23	05:06	18:23
03.04.23	05:03	18:26
04.04.23	05:00	18:28
05.04.23	04:57	18:30
06.04.23	04:54	18:32
07.04.23	04:51	18:35

По данным таблицы определите долготу дня в Кирове 1 и 2 апреля 2023 года, 6 и 7 апреля 2023 года. Долгота дня (световой день) — время между восходом и заходом солнца. *Ответ запишите в формате «3 ч 23 мин».* Сделайте выводы.

2. Закончите предложения:

Статистика – это...

Вероятность – это ...

Основатель графических методов статистики ...

Виды диаграмм: ...

3. В таблице представлены средняя заработная плата по категориям персонала Кировской области.

Категории работников	Всего (руб.)
Научные сотрудники	83 055
Преподаватели высших образовательных организаций	79 706
Врачи и работники с высшим образованием	68 262
Работники учреждений культуры	37 845
Средний медицинский персонал	37 505

Чья заработная плата составляет 79 706 руб.?

Какая заработная плата у врачей и работников с высшим образованием?

4. В таблице даны почтовые тарифы (в рублях) на стоимость отправки посылки из Кирова в Кирс (Кировская обл.) в зависимости от его массы.

Вид посылки	Стоимость пересылки (в рублях) письма массой				
	0-100 г	1000 –1500 г	1501 –2000 г	2001 –3000 г	3001 – 5000 г
Обычное	318	349	411	473	535
Ускоренное	234	444	528	604	671
Курьером	467	562	632	701	765

- 1) У вас есть три посылки, которые необходимо отправить **тремя разными способами**. Вес каждой посылки 1835 грамм. Сколько это будет стоить?
- 2) Компании «N» требуется отправить три обычные посылки весом 2 кг., два ускоренных письма весом 1 кг., одну посылку курьером весом 60 г., сколько будет стоить такая услуга?

5. В таблице представлены реки Кировской области и их длина.

Река	Длина (км)
Вятка	1250
Кама	551
Кобра	205
Луза	210
Молома	419
Пижма	220
Чепца	200

Определите во сколько раз длина Вятки больше длины Чепцы. Ответ округлите.

Длина какой реки составляет 419 км.?

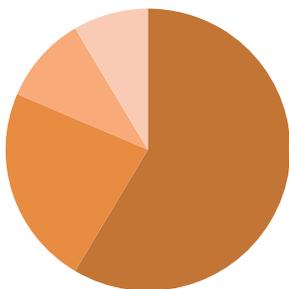
Какая длина у реки Кама?

Насколько длина реки Вятки больше длины Камы?

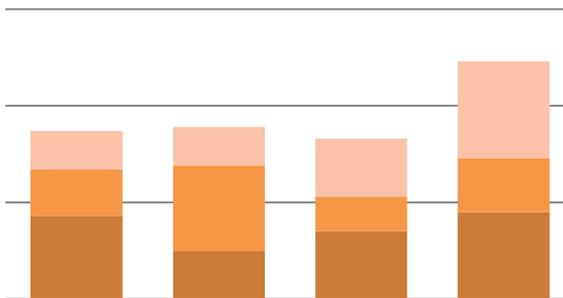
Насколько длина Чепцы меньше Моломы?

6. Напишите названия диаграмм.

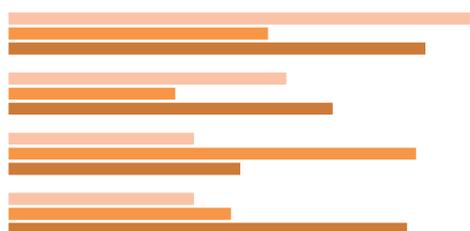
1.



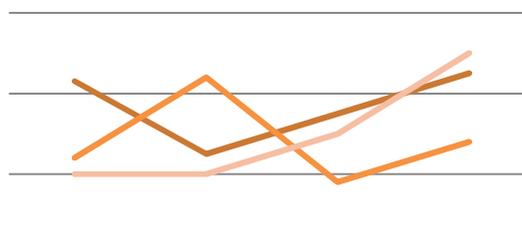
2.



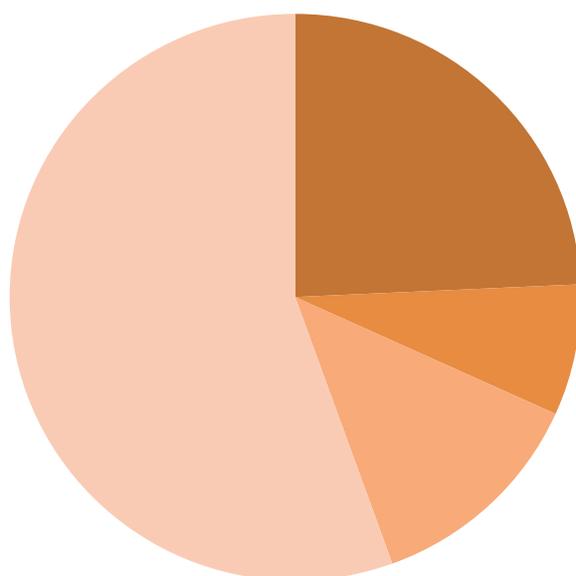
3.



4.



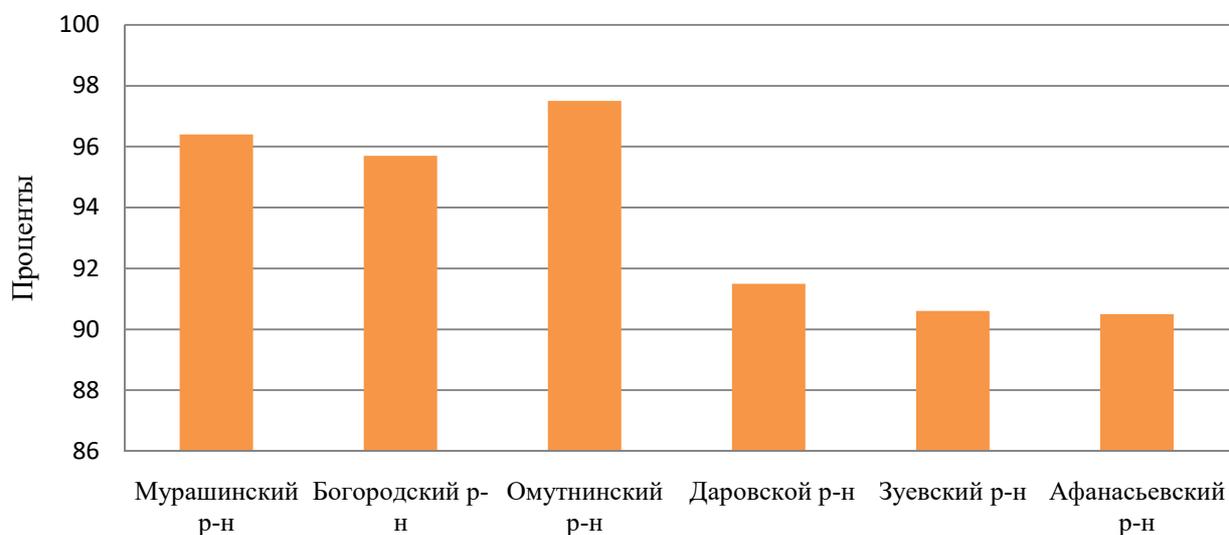
7. На диаграмме показаны города Кировской области.



- Слободской
- Кирс
- Яранск
- Кирово-Чепецк

Определите по диаграмме, сколько приблизительно процентов составляют жители Слободского и Кирса вместе?

8. Кировстат опубликовал данные о состоянии дорожной сети в Кировской области по состоянию на конец 2020 года. В диаграмме показан рейтинг самых плохих дорог в области.



Определите, какие три района имеют самые плохие дороги? Укажите их проценты.

9. В таблице указаны салаты и их цены (за 500г) в разные года.

Салат	2015	2016	2017	2018	2019
Оливье	305	310	313	325	340
Селёдка под шубой	149	155	153	153	157

Постройте столбчатую диаграмму по динамике стоимости салатов.

Определите какой количество стоимости салата «оливье» можно было купить на 2 000 рублей в 2018 году?

Укажите верное утверждение:

- 1) Порция салата «Селедка под шубой» в 2016 году по сравнению с 2015 годом стала дороже на 5 рублей;
- 2) В 2015 году стоимость салата «Селедка под шубой» в 2 раза больше стоимости салата «Оливье»;
- 3) Стоимость салата «Селедка под шубой» в 2018 году по сравнению с 2017 годом осталась на прежнем уровне;

4) Разница в стоимости салата «Оливье» в 2019 году по сравнению с 2017 годом составляет 17 рублей.

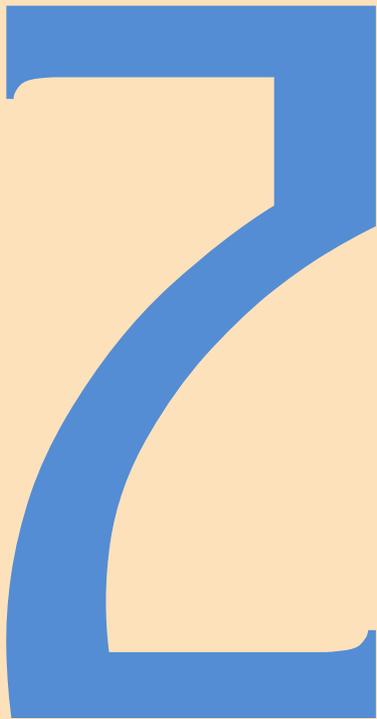
10. В таблице указаны естественное движение населения в Кирове с января по ноябрь 2021 года.

Естественное движение населения	Количество человек
Рождаемость	9 450
Смертность	22 283
Естественная убыль	
Число браков	5 751
Разводимость	4 842

Посчитайте сколько составляет естественная убыль населения?

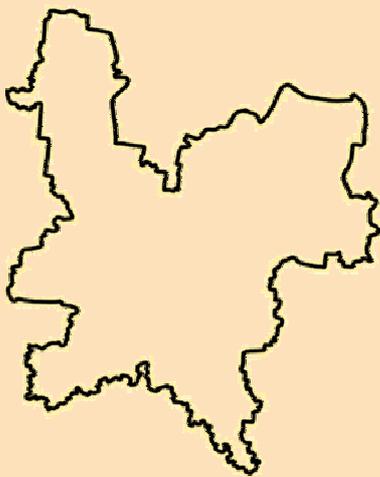
По данным таблицы составьте столбчатую диаграмму.





ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА

1. Среднее арифметическое числового набора.
2. Медиана числового набора.
3. Наибольшее и наименьшее значение.
Размах. Мода.
4. Обозначения в статистике.
Свойства среднего арифметического.



Уже в российской истории Кирову трижды пытались вернуть историческое название Вятка. Но каждый раз решительное «нет» высказывали сами жители.

I. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ЧИСЛОВОГО НАБОРА



Среднее арифметическое ряда чисел – частное от деления суммы этих чисел на число слагаемых.

$$\frac{23+18+25+20+25+25+32+37+34+26+34+25}{12} = \frac{324}{12} = 27$$

Число 27, полученное в результате, называется **средним арифметическим** рассматриваемого **ряда чисел**.



Задачи

1. Заполните таблицу, про себя и ещё шестерых человек из вашего класса.

Фамилия Имя	Рост
...	...

Определите средний рост. Есть ли человек с таким ростом в вашем классе? Выпишите наибольший и наименьший рост из таблицы.

2. В таблице указаны среднемесячные температуры в летние месяцы.

Год	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Июнь	13,7	14,4	15,8	15,3	19,9	16,1	14,1
Июль	17,6	20,6	16,0	20,5	19,2	20,0	18,7
Август	17,1	16,6	13,4	15,1	18,8	20,0	17,4

Вычислите средние температуры лета за каждый год. Вычислите среднюю температуру в каждом месяце за период с 2017 по 2023 год. Ответ округлите до целых. Сравните наибольшее и наименьшее значения со средним арифметическим.

Подумайте, можно ли сделать достоверные выводы, опираясь на средние арифметические данных наборов, объясните почему?

3. Таблица по населению районов Кировской области на 1990 и 2020 годы.

Год \ Район	Яранский	Слободской	Советский	Уржумский
1990	37 421	38 451	36 458	38 935
2020	22 154	30 066	23 917	22 611

- а) Найдите среднюю численность населения за 1990 год по представленным районам. Какой район ближе всего по численности к среднему арифметическому? Выполните аналогичные действия по данным 2020 года. Сформулируйте выводы;
- б) На сколько человек изменилась средняя численность по данным районам в 2020 г по сравнению с 1990г?
- в) На сколько процентов изменилась средняя численность по данным районам в 2020 г по сравнению с 1990г? Ответ округлите до десятых.

4. В таблице представлены продукция БКК (Булочно-кондитерский комбинат города Кирова).

Продукция	Цена (руб.)
Хлеб Екатерининский бездрож.	42
Сушка Малютка	50
Баранки сдобные	55
Баранки Вятские	57
Пряники сахарные с клюквой	70

Вычислите среднее арифметическое всех цен.

5. Заполните таблицу по данным учащихся вашего класса.

Фамилия Имя	Количество человек в семье (всего)	Из них дети, чел.
...

Исходя из полученных данных, постройте столбчатую диаграмму по численностям семей, найдите среднюю численность семьи, а также среднее число детей в семье.

Таблица для подсчетов и построения диаграммы:

Количество человек в семье (всего)	Число семей, ед.
2	
3	
4	
5	
...	



Домашнее задание

1. Найдите для каждого числового набора из первого столбика соответствующее ему среднее арифметическое из второго столбика.

Числовой набор	Среднее арифметическое
1) 3;8	А) 9
2) 10;15;20	Б) 4
3) 5;7;11;13	В) 5,5
4) 16; 32	Г) 21
5) 9; 27	Д) 24
6) 2;4;6	Е) 15
7) 12;18;24;30	Ж) 18

2. В таблице показана стоимость (в рублях) парикмахерских услуг в салоне «Прядки в порядке».

Услуга	Мужская	Женская	Детская (до 12 лет)
Пилинг кожи головы	150	150	-
Подравнивание чёлки	150	150	150
Мытьё и сушка волос	199	299	-
Укладка	350	650	-
Художественный выстриг волос	350	350	350
Подравнивание кончиков волос	-	250	250

Определите среднее арифметическое стоимости всех мужских услуг и сравните его с наибольшим и наименьшим.

Определите среднее арифметическое стоимости всех женских услуг и сравните его с наибольшим и наименьшим. Ответ округлите до десятых.

Сделайте выводы.



2. МЕДИАНА ЧИСЛОВОГО НАБОРА



Медиана (от лат. *Mediana*, которая означает «среднее»).

Медиана произвольного ряда чисел – медиана соответствующего упорядоченного ряда.

Медиана упорядоченного ряда чисел с нечётным числом членов – число, записанное по середине.

Медиана упорядоченного ряда чисел с чётным числом членов – среднее арифметическое двух чисел, записанных по середине.



Задачи

1. Найдите медиану ряда чисел:
 - 1) 34, 13, 87, 4, 64, 92, 21, 60, 55;
 - 2) 145, 87, 45, 64, 11, 9, 76;
 - 3) 78, 51, 23, 82, 111, 3.
2. Любовь измерила высоту пятнадцати различных дымковских игрушек и получила отличные друг от друга значения. Как изменится медиана, если:
 - 1) Наименьшая высота уменьшится в 30 раз?
 - 2) Наибольшая высота увеличится в 60 раз?
3. В таблице указана выручка предприятий в Кировской области.

Предприятие	Выручка (млрд.)
ООО «ГАЗПРОМ МЕЖРЕГИОНГАЗ КИРОВ»	17
ООО «ЧЕПЕЦКНЕФТЬПРОДУКТ»	11
АО «КМ»	8
АО «КЗОЦМ»	16
АО «АГРОФИРМА «ДОРОНИЧИ»»	7
ООО «ВЯТСКИЙ ФАНЕРНЫЙ КОМБИНАТ»	10

Найдите медиану, среднее значение, наибольшее и наименьшее значения выручки. Сформулируйте выводы.

4. Как измениться медиана числового набора, состоящего из возрастов учащихся вашего класса:

- 1) Если пройдёт 4 года?
- 2) Если бы измерение проводилось 7 лет назад?
- 3) Если исходный числовой набор увеличить в 3 раза?
- 4) Если исходный числовой набор уменьшить в 2,5 раз?

5. В таблице указано количество парков в населённых пунктах Кировской области.

Населённый пункт	Количество парков	Населённый пункт	Количество парков
Киров	18	Котельнич	3
Омутнинск	2	Яранск	7
Вятские поляны	6	Малмыж	4
Слободской	6	Нолинск	1
Кирс	1	Советск	5

Найдите среднее арифметическое количества парков по данным городам Кировской области.

Сравните среднее значение с наибольшим и наименьшим.

Подумайте, можно ли сделать достоверные выводы, опираясь на среднее арифметическое данного набора? Объясните почему.

Найдите медиану числового ряда.

Сделайте вывод: какой показатель достовернее характеризует среднее значение числа парков - медиана или среднее арифметическое?

Исключите значение, которое искажает информацию. Вычислите среднее арифметическое значение для остальных городов и сравните его с медианным. Сделайте выводы.

6. Четыре подружки измеряли в течение пяти дней, сколько минут у них занимает дорога от Филармонии до Центральной гостиницы.

Результаты измерения представлены в таблице.

	пн	вт	ср	чт	пт
Алина	14	15	20	25	17
Рита	16	13	18	22	16
Соня	15	21	19	15	16
Яна	13	15	20	13	18

Найдите медиану времени, которое каждая из них тратит на дорогу.

Есть ли тут выбивающиеся значения? Как вы думаете, чем их можно объяснить?

7. Заполните таблицу по данным вашего класса.

Навык	Количество
Рисование	
Плавание	
Катание на велосипеде	
Катание на коньках	
Игра на музыкальном инструменте	

Найдите среднее арифметическое, медиану и разницу между самым большим и самым маленьким количеством людей.

Сделайте выводы.

8. В таблице представлены компании Кирова на 2023 год.

Размер компании	Зарплата в месяц
Крупные (от 250)	57 170
Средние (до 250)	44 920
Малые (до 100)	36 750

Микро-предприятия (до 15)	24 500
Бюджетная сфера	32 670

Определите среднюю заработную плату и медиану.
Сравните их с наибольшим и наименьшим значением.
Сделайте выводы.

9. В таблице указаны населённые пункты Кировской области и год их основания.

Населённый пункт	Год основания	Населённый пункт	Год основания
Киров	1374	Омутнинск	1773
Яранск	1584	Кирс	1729
Белая Холуница	1764	Советск	1594

Вычислите медиану годов основания.
Перечислите те населённые пункты, которые появились раньше и позже медианного года.



Домашнее задание

1. По итогам Всероссийских соревнований по лёгкой атлетике «Русская метелица» в Кирове, манеж «Вересники», получились следующие результаты.

Участник	Дата рождения	Время
1	07.03.07	2:30
2	11.08.06	2:31
3	13.03.06	2:33
4	13.06.07	2:32
5	12.02.08	2:31

Вычислите медиану времени участников и средний возраст участников, если сегодня 1 сентября 2023 года.

2. В таблице представлены посевные площади сельскохозяйственных культур Кировской области.

Наименование	2015	2016	2017	2018	2019
Зерновые и зернобобовые культуры	293,9	294,6	291,6	282,9	275,4
Кормовые культуры	482,1	466,1	475,5	468,6	464,8

Определите среднее значение посевной площади кормовых культур.

Медианное значение посевной площади зерновых и зернобобовых культур.

Выпишите наибольшее и наименьшее значение посевной площади каждого вида сельскохозяйственных культур.

3. В таблице указаны муниципальные районы Кировской области и их площадь.

Муниципальный район	Площадь (кв. м.)	Муниципальный район	Площадь (кв. м.)
Белохолуницкий	4 235	Зуевский	2 820
Верхошижемский	2 415	Кильмезский	3 106
Котельнический	3 978	Кирово-Чепецкий	2 210
Даровской	3 757		

Вычислите медиану и среднее арифметическое площадей. Ответ округлите до целых.

4. В таблице указаны сведения о реках.

Район	Кол-во рек	Основная река
Белохолуницкий	58	Вятка
Верхнекамский	85	Кама
Омутнинский	32	Томызь
Афанасьевский	46	Томызь

Котельничский	34	Вятка
Слободской	35	Вятка

Найдите среднее арифметическое и медиану количества рек. Ответ округлите до десятых.

Сравните результаты с наибольшим и наименьшим значениями.

Сделайте выводы.



3. НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ. РАЗМАХ. МОДА



Размах ряда чисел – разность между наибольшим и наименьшим из этих чисел.

Мода ряда чисел – число, которое встречается в данном ряду чаще других.



Задачи

1. В таблице представлены памятники монументального искусства в Кирове и года их возведения.

Наименование	Год возведения	Памятник	Год возведения
Памятник В.И.Ленину	1970	Памятник С.М.Кирову	1957
Памятник В.М. и А.М.Васнецовым	1992	Памятник И.С.Коневу	1994
Бюст А.И.Герцену	1948	Памятник С.Н.Халтурину	1923
Бюст В.Ф.Маргелова	2020	Памятник героическому труду «Кировчане–фронту»	1967
Памятник труженикам тыла	2016		

Какой памятник появился первым? Какой памятник самый новый?
Найдите медиану и размах года возведения.

2. В таблице представлены магазины Кирова и их количество.

Название магазина	Количество	Название магазина	Количество
Пятёрочка	39	Система Глобус	37
Перекрёсток	4	Макси	3
Магнит	71	Самобранка	8

Найдите модальное значение магазинов города.

Подумайте, имеет ли смысл поиск среднего арифметического и медианы?

3. В таблице указаны сведения о запасах полезных ископаемых Кировской области и количество их месторождений.

Вид сырья	Количество месторождений	Вид сырья	Количество месторождений
Глины тугоплавкие	3	Пески для бетона	5
Грязи лечебные	5	Пески-отошители	4
Нефть	5	Минеральная вода	8
Стекольное сырьё	1		

Определите по таблице модальное значение сырья.

4. В таблице указаны сведения о численности населения населённых пунктов по годам в Кировской области.

Населённый пункт	1990 годы	2000 годы	2010 годы	2020 годы
Котельнич	8 388	31 467	25 858	27 600
Кирс	3 459	3 058	11 500	11 385
Омутнинск	29 600	28 900	23 615	21 633
Яранск	20 900	21 700	17 253	15 475
Кумёны	5 588	5 249	4 827	4 518
Советск	19 368	18 700	16 598	15 172
Вятские Поляны	46 000	42 200	35 162	31 873

Укажите а) самый большой по числу жителей в 2000 годах населённый пункт Кировской области; б) второй по населению населённый пункт в 2010 годах; в) третий и четвёртый по числу жителей населённые пункты в 2020 годах.

5. В таблице указаны сведения о температуре в августе 2023 г. в Кирове.

День	01.08.	02.08.	03.08.	04.08.	05.08.	06.08.	07.08.
Температура днём, °С	+21	+21	+24	+27	+25	+25	+26
Температура ночью, °С	+1,5	+16	+15	+15	+18	+17	+15

- а) по строке «температура днем» найдите наибольшее и наименьшее значения, размах, среднее арифметическое, модальное и медианное значения. Ответ округлите до целых.
- б) по строке «температура ночью» найдите явно ошибочное значение. Исключите ошибочное значение ночной температуры и найдите наибольшее и наименьшее значения температуры, размах, медиану и моду ночных температур после исключения ошибки.



Домашнее задание

1. Как измениться размах числового набора, если:

- а) наименьшее число набора уменьшить на 50;
 б) наибольшее число набора увеличить на 100;
 в) к каждому числу набора прибавить 5;
 г) каждое число набора разделить на 5.

2. В таблице указаны заработные платы в IT сфере по Кировской области.

Профессия	Зарботная плата в месяц	Профессия	Зарботная плата в месяц
Go разработчик	75 350	Data scientist	64 320
Java разработчик	73 880	Android разработчик	63 960
iOS разработчик	66 900	Python разработчик	60 280
C# разработчик	64 320	C++ разработчик	59 550

Найдите наибольшее и наименьшее значение, размах, среднее арифметическое, модальное и медианное значения заработной платы работников IT-сферы.



4. ОБОЗНАЧЕНИЯ В СТАТИСТИКЕ. СВОЙСТВА СРЕДНЕГО АРИФМЕТИЧЕСКОГО



Данные в статистических массивах часто приходится обозначать буквами. Для этого обычно используют одну и ту же букву с **индексами** – номерами.

Можно рассмотреть набор X , в котором 5 чисел: X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 .

Для наименьшего значения набора обычно используют обозначение **min**.

Для наибольшего значения набора обычно используют обозначение **max**.

Среднее арифметическое чисел набора принято обозначать \bar{x} .

Свойства среднего арифметического:

Свойство 1. Если каждое число набора увеличить (уменьшить) на одно и то же число a , то среднее арифметическое набора увеличится (уменьшится) на это же число a .

!Аналогичное свойство верно для умножения!

Свойство 2. Если каждое число набора умножить на одно и то же число b , то среднее арифметическое набора также умножится на число b .



Задачи

1. Регион 43; 7 холмов; 650 лет; 4 района; 120 374 кв.км.; 24 муниципальных района; 1 374 год.

Дан числовой набор X , состоящий из чисел 43, 7, 650, 4, 120 374, 24, 1374.

а) чему равно X_2 в этом наборе?

б) чему равно X_5 в этом наборе?

2. Сначала все числа числового набора X умножили на 3, затем к каждому получившемуся числу прибавили 8.

Найдите среднее арифметическое получившегося набора, если среднее арифметическое набора X равно:

а) 2; б) -4; в) 5,2; г) -9,1.

3. Средняя зарплата школьного учителя в Кировской области 41 490 рублей. С Нового года зарплату всем сотрудникам проиндексировали (повысили) на 4%. Других изменений не было.

Найдите среднюю зарплату после индексации.

4. Каждое число набора увеличили на одно и то же число b . Как изменилось наименьшее значение набора и как изменилось наибольшее значение набора?

5. Среднее арифметическое числового набора u равняется 4. Найдите среднее арифметическое числового набора, который получится, если все числа набора u :

- а) умножить на 5; в) разделить на 4;
- б) умножить на 3,5; г) разделить на 2,5.



Домашнее задание

1. Средняя зарплата стоматолога в Кировской области 45 950 рублей. С 1 сентября зарплату всем сотрудникам проиндексировали (повысили) на 8%. Других изменений не было. Найдите среднюю зарплату после индексации.

2. Выполните задания:

- 1) Как называются номера в обозначениях x_5 , u_2 и т.п.?
- 2) Как обозначается среднее арифметическое, наибольшее и наименьшее значение?
- 3) Сформулируйте свойство 1 среднего арифметического;
- 4) Сформулируйте свойство 2 среднего арифметического.



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2



1. Дайте определения:

- 1) Среднее арифметическое числового ряда - это...
- 2) Как обозначаются наибольшее и наименьшее значения набора?
- 3) Размах числового ряда – это...

2. В таблице показана стоимость (в рублях) парикмахерских услуг в салоне «Прядки в порядке».

Услуга	Мужская	Женская	Детская (до 12 лет)
Пилинг кожи головы	150	150	-
Подравнивание чёлки	150	150	150
Мытьё и сушка волос	199	299	-
Укладка	350	650	-
Художественный выстриг волос	350	350	350
Подравнивание кончиков волос	-	250	250

Определите среднее арифметическое и моду стоимости всех женских услуг. Ответ округлите до десятых.

3. В таблице показана средняя зарплата дизайнеров в Кировской области.

Профессия	Зарплата в месяц	Профессия	Зарплата в месяц
Гейм-дизайнер	49 990	Веб-дизайнер	40 140
Дизайнер интерьера	44 520	Дизайнер мебели	39 820
3D-дизайнер	41 570	Дизайнер одежды	39 410
Иллюстратор	39 000	Графический дизайнер	37 530

Найдите наибольшее и наименьшее значение, размах, среднее арифметическое и медианное значения заработной платы работников.

4. В таблице указаны сведения о численности населения населённых пунктов по годам в Кировской области.

Населённый пункт	2018 год	2019 год	2020 год	2021 год
Котельнич	23 682	23 244	22 882	20 144
Кирс	9 453	9 271	9 152	8 520
Омутнинск	22 009	21 844	21 633	19 629
Яранск	15 985	15 752	15 475	14 284
Кумёны	4 738	4 651	4 518	4 227
Советск	39 752	39 150	38 963	38 910
Вятские Поляны	32 562	32 108	31 873	29 742

Укажите а) самый большой по числу жителей в 2019 году населённый пункт Кировской области; б) второй по населению населённый пункт в 2020 году; в) третий и четвёртый по числу жителей населённые пункты в 2018 году; г) среднее арифметическое число жителей в Кирсе.

5. В таблице указаны сведения о площади населённых пунктов Кировской области.

Населённый пункт	Площадь (кв.км.)	Населённый пункт	Площадь (кв.км.)
Вятские Поляны	28,34	Котельнич	29,2
Зуевка	40	Белая Холуница	12
Кирово-Чепецк	53,36	Советск	26,38
Слободской	49,6	Яранск	18

Найдите размах, медиану, наибольшее и наименьшее значение площади.

6. Дано два ряда чисел:

1) 358,6; 254,5; 168,7; 315,9; 407,1; 333,3;

2) 915,4; 895,6; 799,7; 815,2; 747,4; 701,9;

Найдите среднее арифметическое (округлите до сотых), медиану и размах каждого ряда.

Сравните результаты первого ряда с результатами второго.

7. Напишите свойства среднего арифметического. Приведите пример к каждому свойству.
8. Среднее арифметическое числового набора уравнивается 37. Найдите среднее арифметическое числового набора, который получится, если все числа набора у: а) умножить на число 1,5; б) разделить на число 5; в) умножить на число -3.
9. В таблице указаны сведения о средних результатах ЕГЭ школ города Кирова.

Школы	2017 год	2018 год	2020 год	2021 год
МБОУ СОШ №70	57,50	55,03	55,51	52,46
МОАУ СОШ №8	58,81	64,27	63,74	70,20
МБОУ СОШ №56	60,19	66,12	70,06	66,73
МБОУ СОШ №18	54,00	58,57	57,38	63,78

Найдите среднее арифметическое за 2018 год. Размах в МБОУ СОШ №70. Медиану в МБОУ СОШ №18. Ответ округлите до сотых.

10. В таблице указаны сведения о температуре в декабре 2022 г. в Кирове.

День	01.12.	02.12.	03.12.	04.12.	05.12.	06.12.	07.12.
Температура днём, °С	-7	-13	-1,5	-14	-14	-13	-10

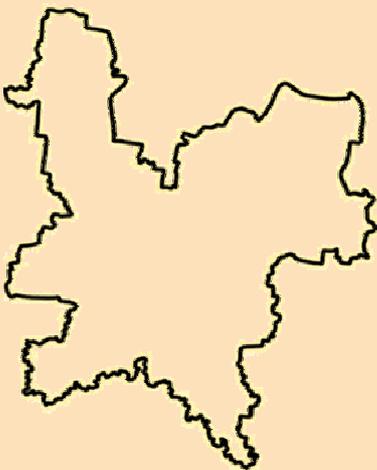
- а) найдите наибольшее значение, размах, среднее арифметическое и медиану температуры днём. Среднее арифметическое округлите до целых.
- б) найдите явно ошибочное значение температуры днём. Как оно могло получиться?
- в) исключите ошибочное значение и найдите наибольшее значение температуры, размах, медиану и моду после исключения ошибки.
- г) на сколько градусов изменился размах после исключения ошибки?



З

случайная изменчивость

1. Примеры случайной изменчивости. Точность и погрешность измерений.
2. Тенденции и случайные отклонения.
3. Частоты значений в массиве данных. Связь между частотами и средним арифметическим.
4. Группировка данных и гистограммы. Выборка. Рост человека.
5. Статистическая устойчивость и оценка с помощью выборки.



Жителей Кировской области часто называют вятичами. Хотя это славянское племя, жившее на берегах Оки, и к Кировскому краю не имеет никакого отношения

I. ПРИМЕРЫ СЛУЧАЙНОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ. ТОЧНОСТЬ И ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

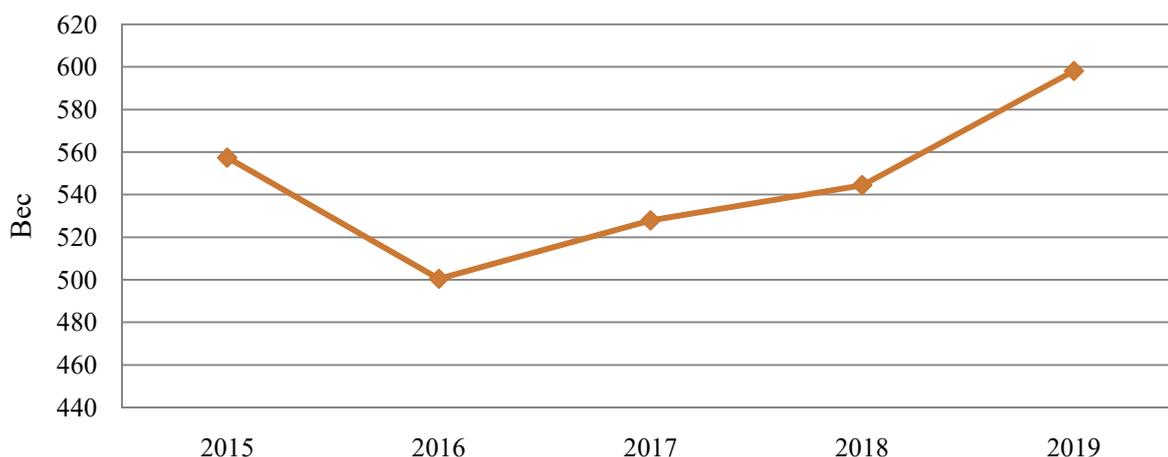


Случайная изменчивость – это неустойчивость величины, связанная с действием **случайных** факторов или причин, часть из которых может быть неизвестна.

В природе неизменные величины встречаются очень редко. Большинство величин подвержены случайной изменчивости. Иногда мы можем указать причины изменений. Иногда причины изменчивости известны частично, а порой неизвестны вовсе.

Например, урожайность зерновых культур. Это очень изменчивая величина, которая зависит от многих факторов (погода, качество зерна, усилия людей и др.)

Урожайность зерновых и зернобобовых культур Кировской области



Часто измерения и расчеты невозможно выполнить абсолютно точно, поэтому возникают **погрешности**.

Погрешность – случайное отклонение от истинного значения.

Главный источник погрешности – изменчивость измеряемой величины.

Измерительный инструмент также обладает погрешностью.

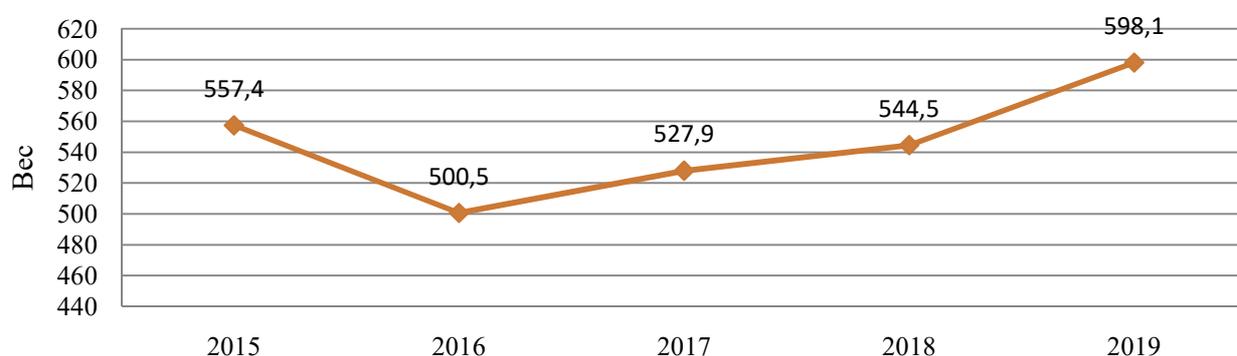


Задачи

1. Ответьте на вопросы:

- 1) Приведите примеры изменчивых величин;
- 2) Какие факторы влияют на изменчивость урожайности зерновых культур, назовите 2-3 фактора.

2. Дан график урожайности зерновых и зернобобовых культур Кировской области.



По данным графика найдите средние урожайности зерновых в Кировской области за первые два года и за последние два года.

Сравните результаты. На сколько центнеров с гектара средняя урожайность в последние два года превышает среднюю урожайность в первые два года.

3. Решите задания.

- 1) Расстояние от Кирова до Москвы $950 \text{ км} \pm 3\%$. В каких пределах может быть заключено истинное расстояние? Укажите с помощью двойного неравенства.
- 2) Расстояние от Кирова до Санкт-Петербурга $1105 \text{ км} \pm 5\%$. В каких пределах может быть заключено истинное расстояние? Укажите с помощью двойного неравенства.

4. В таблице представлена динамика температур воздуха в сентябре 2023 г. в городе Киров.

Дата	01.09.	02.09.	03.09.	04.09.	05.09.	06.09.	07.09.
Температура воздуха днем	+21	+20	+21	+22	+21	+20	+10

Допустимая погрешность не должна превышать $0,1$ градуса.

- 1) Укажите, в каких пределах заключения истинная температура воздуха 03.09.2023 и 06.09.2023;
- 2) Найдите моду, медиану и размах ряда;
- 3) Найдите среднюю температуру за первые три дня указанных в таблице и за последние три дня указанных в таблице (ответ округлите до десятых). Сравните результаты.

5. Заполните таблицу, узнав рост пяти человек из вашего класса.

№	Имя	Рост	Минимальный рост с учётом погрешности (-0,5%)	Максимальный рост с учётом погрешности (+0,5%)
...

Найдите среднее арифметическое роста. Есть ли в вашей таблице человек с таким ростом? Сделайте выводы.

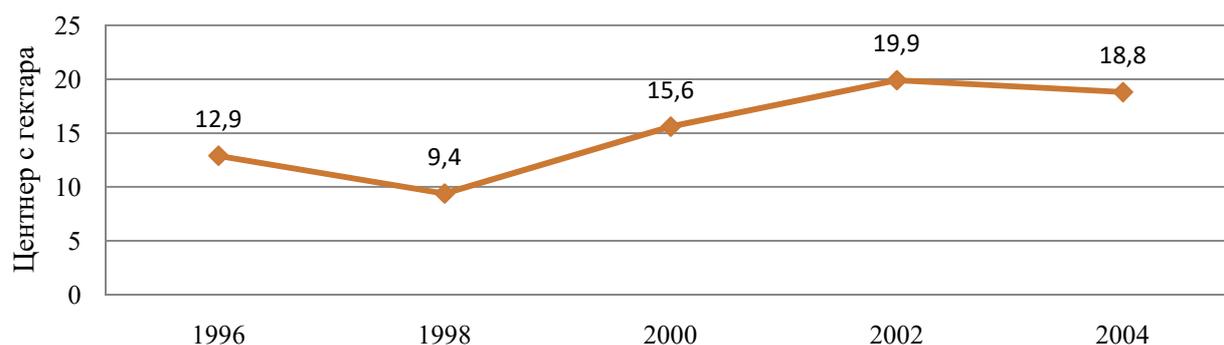


Домашнее задание

1. Решите задания.

- 1) Расстояние от Кирова до Советска $137\text{км} \pm 2\%$. В каких пределах может быть заключено истинное расстояние? Укажите с помощью двойного неравенства.
- 2) Расстояние от Кирова до Лузы $384\text{ км} \pm 4\%$. В каких пределах может быть заключено истинное расстояние? Укажите с помощью двойного неравенства.

2. Дан график урожайности зерновых и зернобобовых культур Кировской области с 1996 по 2004 гг.



Сравните результаты. На сколько центнеров с гектара средняя урожайность за 2002 и 2004 гг. превышает среднюю урожайность за 1996 и 1998 гг.



2. ТЕНДЕНЦИИ И СЛУЧАЙНЫЕ ОТКЛОНЕНИЯ



Тенденция (тренд) – характерное, устойчивое изменение. Как правило, тенденция обусловлена долгосрочными факторами, которые заставляют величину расти или убывать.

Общее **повышение** не всегда означает постоянное **повышение**.

Общее **понижение** не всегда означает постоянное **понижение**.

Часто изменчивость в природных, экономических и социальных явлениях состоит из двух составляющих.

Первая составляющая – тенденция, которая обусловлена серьёзными и долгосрочными факторами.

Вторая составляющая – случайное отклонение, вызванное разнонаправленными краткосрочными действиями, которые зачастую невозможно предвидеть.



Задачи

1. Ответьте на вопросы.

- 1) Приведите пример величины, имеющей постоянное среднее значение, вокруг которого наблюдается случайное колебание;
- 2) Приведите пример величины, имеющей возрастающую тенденцию;
- 3) Какие факторы, по вашему мнению, могут влиять на изменение массы растущего младенца?

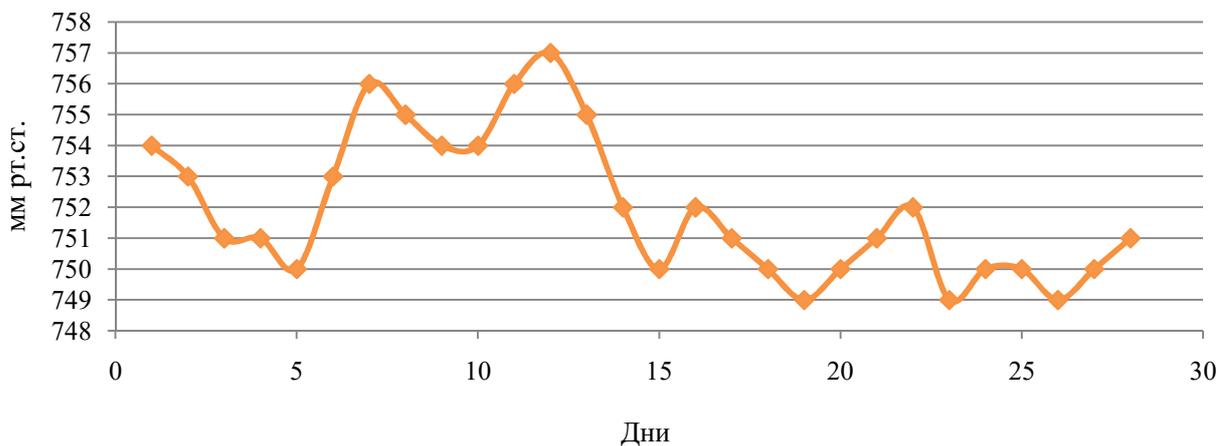
2. Заполните таблицу изменения вашего роста и роста соседа по парте, за последние 3 года.

Имя	5 класс	6 класс	7 класс
Ваше имя			
Имя соседа по парте			

По данным таблицы постройте график. Определите среднее значение роста каждого. Будет ли колебаться график около среднего значения? Определите размах в процентах. Сделайте выводы о тенденции.

3. Нормальное атмосферное давление в каждой местности своё: оно зависит от широты, высоты над уровнем моря, температуры и влажности воздуха и ещё – от случайности.

На графике оранжевая линия показывает изменение атмосферного давления на протяжении февраля 2023г. в Кирове.



Определите среднее значение. Ответ округлите до целого. Будет ли колебаться график около среднего значения?

Определите размах в процентах. Ответ округлите до сотых.

Сделайте выводы о тенденции.

4. В таблице указана динамика изменения цен на бензин в Кировской области (ПФО) в 2020-2023 гг.

Тип топлива	2020	2022	2023
Дизель	80,22	70,18	64,25
Бензин АИ-92	57,21	55,05	50,57
Бензин АИ-95	63,30	60,23	55,24
Бензин АИ-98	81,53	74,01	67,62

Постройте график по данным таблице.

Найдите среднее арифметическое по каждому типу топлива. Ответ округлите до сотых. Посмотрите, как колеблется график около соответствующего среднего значения.

Сделайте выводы о тенденции динамики изменения цен на бензин.

5. В таблице указано население города Кирова по годам.

Год	Население, чел.
1956	211 000
1967	309 000
1976	408 000
1987	421 000
1996	464 000
2007	466 269
2016	496 986

Постройте график по таблице (1 клетка – 50 тыс.чел).
Выясните, есть ли тенденция? Какая она?

Домашнее задание



1. Ответьте на вопросы:

- 1) Что такое тенденция?
- 2) Если присутствует общее повышение (понижение), всегда ли это означает, что присутствует и постоянное повышение (понижение)?
- 3) Какие существуют составляющие изменчивости?

2. Заполните таблицу, основываясь на ваших годовых оценках по математике.

Класс	1	2	3	4	5	6
Годовая оценка						

Постройте график по данным таблицы.

Сделайте выводы: сильно ли колеблется оценка вокруг среднего значения?
Какую тенденцию вы наблюдаете?

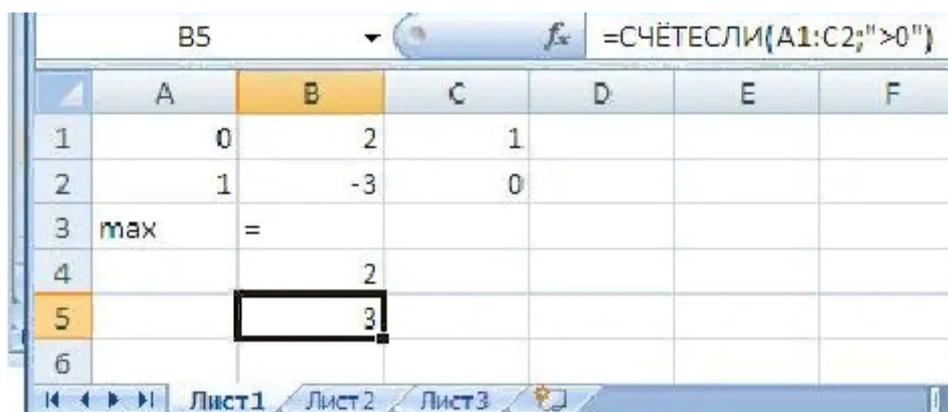


3. ЧАСТОТЫ ЗНАЧЕНИЙ В МАССИВЕ ДАННЫХ. СВЯЗЬ МЕЖДУ ЧАСТОТАМИ И СРЕДНИМ АРИФМЕТИЧЕСКИМ



Пусть в наборе всего N чисел, и значения, равные a , встречаются Na раз. Частотой значения a называется отношение $\frac{Na}{N}$.

Чтобы в электронной таблице подсчитать, сколько раз в наборе встречается определённое значение, используйте функцию СЧЁТЕСЛИ().



Частоты бывают двух видов – **абсолютные** и **относительные**. То, что было посчитано ранее, есть абсолютная частота, которую кратко называют частотой.

Абсолютная частота определяет, как часто определённое событие происходит в данном эксперименте.

А вот понятие **относительная частота** – это характеристика, представленная в процентах.

Относительная частота – это отношение абсолютной частоты к общему количеству, выраженное в процентах.

Пример:

Возраст	11	12	13
Абсолютная частота	1	6	3
Относительная частота	$\frac{1}{6+3+1}=0,1$	$\frac{6}{6+3+1}=0,6$	$\frac{3}{6+3+1}=0,3$
Относительная частота в процентах	$0,1 \cdot 100=10\%$	$0,6 \cdot 100=60\%$	$0,3 \cdot 100=30\%$

Найдём сумму всех относительных частот: $0,1+0,3+0,6=1$

Свойство частот гласит о том, что их сумма в каждом случае должна быть равна единице. А если в расчёте на проценты, то 100%.

Связь между частотами и средним арифметическим.

Теорема:

Пусть в наборе N , но среди них только k различных значений x_1, x_2, \dots, x_k .

Пусть значение x_1 встречается N_1 раз, значение x_2 встречается N_2 раз, и тд: значение x_k встречается ровно N_k раз,

Тогда среднее арифметическое набора равно

$$x = x_1 \cdot \frac{N_1}{N} + x_2 \cdot \frac{N_2}{N} + \dots + x_k \cdot \frac{N_k}{N}$$

Теорема утверждает, что среднее арифметическое числового массива равно сумме произведений значений их частот.



Задачи

1. Выполните задания:

- 1) Чему равны частоты значений в наборе, где 10 различных значений, но каждое встречается ровно один раз?
- 2) Сформулируйте определение частоты значения.
- 3) Сформулируйте свойство частот.
- 4) Как найти среднее значение числового набора, зная различные значения и их частоты?

2. Дан числовой набор 5, 4, 8, 1, 1, 3, 4, 5, 8, 1. Найдите частоту:

- а) значение 1;
- б) значение 4.

3. В числовом наборе пять значений. Частоты четырёх значений известны: 0,35; 0,2; 0,1; 0,05. Найдите частоту пятого значения.

4. В таблице представлены количество рек в районах Кировской области и их основная река.

Район	Количество рек	Основная река
Белохолуницкий	58	Вятка
Верхнекамский	85	Кама

Омутнинский	32	Томызь
Афанасьевский	46	Томызь
Котельничский	34	Вятка
Унинский	14	Лумпун
Слободской	35	Вятка

Найдите частоту реки Вятки и частоту реки Томызи.

5. В таблице представлено количество парков населённых пунктов Кировской области.

Населённый пункт	Количество парков	Населённый пункт	Количество парков
Киров	18	Котельнич	3
Омутнинск	2	Яранск	7
Вятские поляны	6	Малмыж	4
Слободской	6	Нолинск	1
Кирс	1	Советск	5

Есть ли такие населённые пункты, количество парков которых одинаковое? Вычислите относительные частоты.

6. Частоту букв в русском языке можно приблизительно оценить с помощью художественных текстов. Прочитайте 3 интересных факта о Кировской области.

- 1) Дымковские игрушки лепили из местной красной глины. Ее собирали по берегам реки Вятки. Чтобы фигурки были крепкими, глину мешали с речным песком, рубили массу лопатой, заливали водой. Потом материал долго-долго месили ногами.
- 2) На Кикиморской горе откуда во все стороны видна земля вятская, с незапамятных времен бок о бок с людьми жили Кикиморы. Удача, Богатство, Семья, Искренность, Здоровье, Любовь, Яркость - семь милых сестёр.
- 3) В Кировской области, а точнее в Котельничском районе, есть уникальное местонахождение древних парейазавров. Парейазавры – это крупные ящеры длиной около трёх метров, обитавшие в Европе, Африке и Азии около 250 миллионов лет назад.

а) посчитайте буквы «а», «о» и «и» в трёх этих отрывках и заполните таблицу:

Номер отрывка	«а»	«о»	«и»
1			
2			
3			

б) посчитайте буквы «н» и «т» и заполните таблицу:

Номер отрывка	«н»	«т»
1		
2		
3		

Можно ли по полученным данным судить, какая из букв используется в русском языке чаще?

в) найдите частоту буквы «а» в первом тексте по отношению к остальным текстам. Найдите частоту буквы «н» в третьем тексте по отношению к остальным текстам. Ответ округлите до сотых.

7. Юный математик Петя на праздники ездил с родителями на машине на дачу к бабушке. Дорога была долгая, и Петя от скуки начал подсчитывать цвета встречных машин. Результаты подсчетов – в таблице.

Цвет машины	Количество
Чёрный	21
Белый	17
Красный	9
Коричневый	10
Синий	15
Зелёный	3

Найдите частоту события:

- а) отсортируйте таблицу по возрастанию;
- б) «Пете встретилась синяя машина»;
- в) «Пете встретилась не черная машина»;
- г) «Пете встретилась красная или зеленая машина».



Домашнее задание

1. Дана последовательность букв: ФАВЫДОВЛЫДЯЮФЛЧЛИОЫДСОЫШФ.

Найдите в этой последовательности частоту:

а) буквы Д; б) буквы Ф; в) буквы Ы; г) буквы С.

2. В числовом наборе встречаются только значения: 2, 3, 4, 5. Их частоты неизвестны.

Найдите среднее значение их числового набора:

Значение	2	3	4	5
Частота	х	у	у	х

3. Рассмотрим набор символов Кировской области.



Сколько всего в этом наборе символов? Сколько наборов различных символов?

Сколько раз в этом наборе встречается дымковская барыня? С какой частотой она встречается в наборе?

Найдите частоты остальных символов в наборе.

Найдите сумму всех частот символов в наборе. Обоснуйте.



4. ГРУППИРОВКА ДАННЫХ И ГИСТОГРАММЫ. ВЫБОРКА РОСТ ЧЕЛОВЕКА



Группировка данных применяется, чтобы понять насколько плотно распределены значения на каждом участке числовой прямой.

Интервалы группировки – разбитая числовая прямая на определённые промежутки.

Шаг группировки – длина интервала.

Частоты значений в интервалах – доля значений в каждом интервале.

Набор значений некоторой величины, которые выбраны для изучения всей совокупности, называется **выборкой**.

Часто выборку формируют случайным образом и говорят о **случайной выборке**.

Поведение многих изменчивых величин подчиняется закономерностям, которые проявляются при изучении больших наборов наблюдений. Разным видам изменчивости соответствуют гистограммы разной формы.

Изучение закономерностей распределения разных случайных величин – одна из задач математической науки **теории вероятности**.

Важнейший вопрос процесса группировки – это выбор группировочного признака и выделение групп. **Группировочным признаком** называется признак, по которому производится разбивка единиц совокупности на отдельные группы. Его часто называют основанием группировки. Группировочный признак должен быть наиболее существенным из всего их множества.

Этапы построения группировки

1-й этап. Определение признака, по которому будем группировать единицы совокупности

2-й этап. Определение количества групп.

Если группировочный признак атрибутивный (качественный), то всю совокупность делим на столько групп, сколько значений принимает атрибутивный признак.

Если группировочный признак альтернативный (принимает только два значения), то совокупность делим на две группы.

Если группировочный признак количественный, то оптимальное количество групп можно определить по следующей таблице:

<i>N</i>	15-24	25-44	45-89	90-179
<i>n</i>	5	6	7	8

где *n* – число групп;

N – число единиц совокупности

3-й этап. Определение интервала группировки.

Интервалы группировки бывают равные и неравные.

Если разбиваем всю совокупность на равные интервалы, то величина каждого интервала определяется по формуле (группировки с равными интервалами применяются в случае небольшой вариации признака и распределении единиц, близком к равномерному):

$$h = \frac{R}{n},$$

где $R = x_{\max} - x_{\min}$ – размах вариации;

x_{\max} , x_{\min} – соответственно максимальное и минимальное значения группировочного признака;

h – длина интервала группировки;

n – количество групп.

4-й этап. Определение границ интервалов.

5-й этап. Распределение единиц совокупности по группам.

Пример: Используя метод группировок, провести анализ 30 предприятий Кировской области (данные условные), выделив 3 группы предприятий с равными интервалами.

Данные о выпуске продукции 30 предприятий Кировской области (млн. руб.): 65, 78, 41, 54, 66, 80, 45, 57, 67, 81, 92, 48, 59, 68, 83, 52, 62, 69, 85, 70, 71, 64, 72, 88, 73, 74, 96.

1-й этап. Определение группировочного признака: выпуск продукции.

2-й этап. Определение количества групп.

Так как в условии задачи задано выделить 3 группы интервалов, то $n = 3$.

3-й этап. Определение интервала группировки.

Так как необходимо построить группировку с равными интервалами, то длину каждого интервала определяем по формуле:

$$h = \frac{R}{n} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{101 - 41}{3} = 20 \text{ млн. руб.}$$

4-й этап. Определение границ интервалов

Нижнюю границу первого интервала принимают равной минимальному значению признака (в нашем примере это значение выпуска продукции, равное 41 млн. руб.), верхняя граница первого интервала соответствует значению $x_{\min} + h = 41 + 20 = 61$. Для последующих групп границы определяют аналогично, т. е. последовательно прибавляется величина интервала. Если единица обладает значением признака, равным величине верхней границы интервала, ее следует относить к следующей группе. Получили следующие 3 группы предприятий:

[41 – 61);

[61 – 81);

[81 – 101].

Круглая скобка в конце 1 и 2-го интервалов указывает, что предприятие с выпуском продукции, равным 61 млн. руб. нужно включать во вторую группу, а предприятие с выпуском 81 млн. руб. – в третью.

5-й этап. Распределение единиц совокупности по группам

№ группы	Группы предприятий по выпуску продукции, млн руб.	Число предприятий, ед.	Значения выпуска, попавшие в интервал, млн. руб.
1	41–61	7	41, 54, 45, 57, 48, 59, 52
2	61–81	16	65, 78, 66, 80, 67, 92, 68, 62, 69, 70, 71, 64, 72, 73, 74, 75, 76
3	81–101	7	81, 83, 82, 85, 88, 96, 101
	Итого	30	



Задачи

- По данным о численности населения поселков городского типа Кировской области постройте группировку, выделив 6 групп с равными интервалами. Определите по исходным данным среднее значение численности населения, медианное значение. Определите среднее значение по сгруппированным данным. Сделать выводы, постройте столбиковую диаграмму.

Название поселка городского типа	Численность населения, чел.	Название поселка городского типа	Численность населения, чел.
Арбаж	2507	Нагорск	4031
Аркуль	1324	Нема	2974
Афанасьевое	3381	Нижнеивкино	1615
Богородское	2192	Опарино	3775
Вахруши	8874	Оричи	7433
Верхошижемье	3494	Первомайский	5054
Восточный	5708	Песковка	3371
Даровской	6012	Пижанка	3572
Демьяново	4298	Пинюг	1366
Кикнур	4045	Подосиновец	3274
Кильмезь	5272	Рудничный	2693
Красная поляна	5154	Санчурск	3842
Кумены	4245	Светлополянск	2289

Лальск	2334	Свеча	3771
Лебяжье	2721	Стрижи	3114
Левинцы	1822	Суна	1941
Ленинское	4010	Тужа	3906
Лесной	3421	Уни	3359
Мирный	3098	Фалёнки	4127
Мурыгино	6080	Юрья	4913



Домашнее задание

Имеются данные об атмосферном давлении в январе-феврале 2023 года в городе Кирове. Постройте группировку, выделив 7 групп равных интервалов. Вычислите по исходным данным среднее значение атмосферного давления, медианное значение. Вычислите среднее значение по сгруппированным данным. Сделайте выводы по результатам расчетов, постройте столбиковую диаграмму.

Число	1/17	2/18	3/19	4/20	5/21	6/22	7/23	8/24	9/25	10/26	11/27	12/28	13/29	14/30	15/31	16
Январь	764	745	751	754	753	755	762	766	777	786	785	776	777	770	771	773
	773	776	775	776	780	783	781	770	770	760	760	764	764	758	752	
Февраль	757	763	765	765	770	773	778	776	773	769	760	761	756	764	769	773
	766	767	759	751	749	752	753	754	758	752	755	760				



5. СТАТИСТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ И ОЦЕНКА С ПОМОЩЬЮ ВЫБОРКИ



Частоты, средние значения и другие характеристики многих изменчивых величин мало отличаются от таких же характеристик в другой случайной выборке или во всей совокупности данных.

Это свойство изменчивых величин называют **статистической устойчивостью**.

Чаще всего невозможно изучить всю совокупность данных: они не все доступны, и даже их число может быть неизвестным. Для изучения таких данных обычно составляют **случайную выборку**.

Статистическая устойчивость даёт возможность оценивать (приблизённо находить) частоты и средние значения в бесконечных или плохо доступных массивах данных. При этом нужно помнить, что в силу случайной изменчивости оценки, сделанные с помощью выборки, приближительные.



Задачи

1. Имеются измерения температуры в январе 2023 года в г. Кирове и г. Нолинске:

Дата	1.01	2.01	3.01	4.01	5.01	6.01	7.01	8.01	9.01	10.01	11.01
Температура в Кирове	-7	-3	-13	-19	-19	-29	-24	-26	-32	-23	-15
Дата	12.01	13.01	14.01	15.01	16.01	17.01	18.01	19.01	20.01	21.01	22.01
Температура в Кирове	-12	-6	-7	-10	-10	-12	-9	-9	-3	-4	-10
Дата	23.01	24.01	25.01	26.01	27.01	28.01	29.01	30.01	31.01		
Температура в Кирове	-7	-9	-5	-2	-3	-8	-5	-7	-4		

Дата	1.01	2.01	3.01	4.01	5.01	6.01	7.01	8.01	9.01	10.01	11.01
Температура в Нолинске	-7	-2	-10	-17	-16	-29	-27	-24	-33	-22	-19
Дата	12.01	13.01	14.01	15.01	16.01	17.01	18.01	19.01	20.01	21.01	22.01
Температура в Нолинске	-10	-9	-8	-12	-12	-12	-9	-10	-5	-8	-10
Дата	23.01	24.01	25.01	26.01	27.01	28.01	29.01	30.01	31.01		
Температура в Нолинске	-9	-9	-5	-3	-4	-7	-5	-8	-4		

Сравните значения температуры 2 января, 6 января, 9 января, 14 января и 29 января. Вычислите средние значения температуры в Кирове и Нолинске, размах, медианное значение и сравните эти показатели. Сформулируйте выводы. Постройте гистограммы разбиения, выделив 5 интервальных групп. Сравните формы гистограмм. Сформулируйте выводы.



Домашнее задание

1. Имеются измерения температуры в июне 2023 года в г. Кирове и г. Нолинске:

Дата	1.06	2.06	3.06	4.06	5.06	6.06	7.06	8.06	9.06	10.06	11.06
Температура в Кирове	+17	+22	+24	+11	+17	+18	+17	+14	+19	+12	+14
Дата	12.06	13.06	14.06	15.06	16.06	17.06	18.06	19.06	20.06	21.06	22.06
Температура в Кирове	+16	+22	+23	+24	+26	+16	+12	+11	+12	+13	+17
Дата	23.06	24.06	25.06	26.06	27.06	28.06	29.06	30.06			
Температура в Кирове	+20	+20	+20	+22	+24	+24	+17	+21			

Дата	1.06	2.06	3.06	4.06	5.06	6.06	7.06	8.06	9.06	10.06	11.06
Температура в Нолинске	+18	+22	+25	+11	+18	+18	+18	+13	+19	+11	+13
Дата	12.06	13.06	14.06	15.06	16.06	17.06	18.06	19.06	20.06	21.06	22.06
Температура в Нолинске	+16	+22	+21	+24	+25	+17	+13	+12	+13	+11	+15
Дата	23.06	24.06	25.06	26.06	27.06	28.06	29.06	30.06			
Температура в Нолинске	+20	+21	+21	+21	+26	+24	+26	+27			

Сравните значения температуры 2 июня, 6 июня, 9 июня, 14 июня и 29 июня. Вычислите средние значения температуры в Кирове и Нолинске, размах, медианное значение и сравните эти показатели. Сформулируйте выводы. Постройте гистограммы разбиения, выделив 5 интервальных групп. Сравните формы гистограмм. Сформулируйте выводы.



4

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ГРАФОВ

1. Графы. Вершины и рёбра графа. Степень вершины.
2. Пути в графе. Связный граф.
3. Задача о Кёнигсбергских мостах, эйлеровы пути и эйлеровы графы.



До 1936 года в состав Кировской области входила вся Удмуртия.

Численность населения Кировской области снижается на протяжении 150 лет. В конце XIX века здесь жило более 3 млн. человек. Сейчас 1 млн. 200 тыс.

1. ГРАФЫ. ВЕРШИНЫ И РЕБРА ГРАФА. СТЕПЕНЬ ВЕРШИНЫ



Граф – это изображение объектов и связей между ними с помощью точек и линий. Точки в графе называются вершинами графа. Некоторые (не обязательно все) вершины соединены линиями. Эти линии называются рёбрами графа.

Если вершина является концом ребра, то говорят, что ребро исходит из этой вершины, или что оно входит в нее. Вершину, из которой не выходит не одно ребро, называют **изолированной**.

Если в двух графах вершины связаны рёбрами в одном и том же порядке, то один граф можно получить из другого, передвигая вершины. Такие графы мы считаем **одинаковыми**.

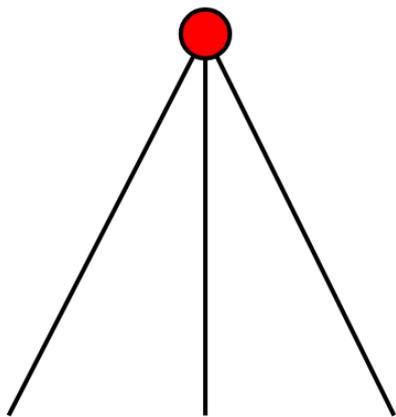
Степень вершины в графе – это количество исходящих из нее рёбер. Иногда степень вершины называют валентностью вершины.

Если в двух графах поровну вершин и поровну рёбер, то такие графы не обязательно одинаковы.

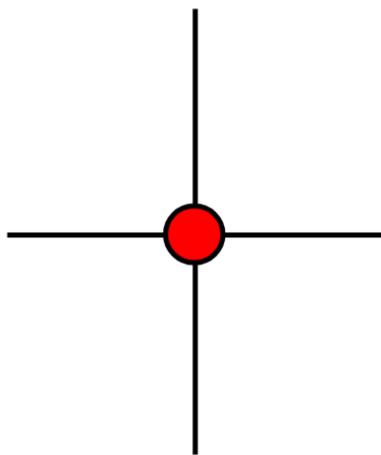
ТЕОРЕМА: о сумме степеней вершин.

В любом графе сумма степеней всех вершин является чётным числом.

Свойство. В любом графе количество вершин нечётной степени чётно.



Нечётная степень



Чётная степень

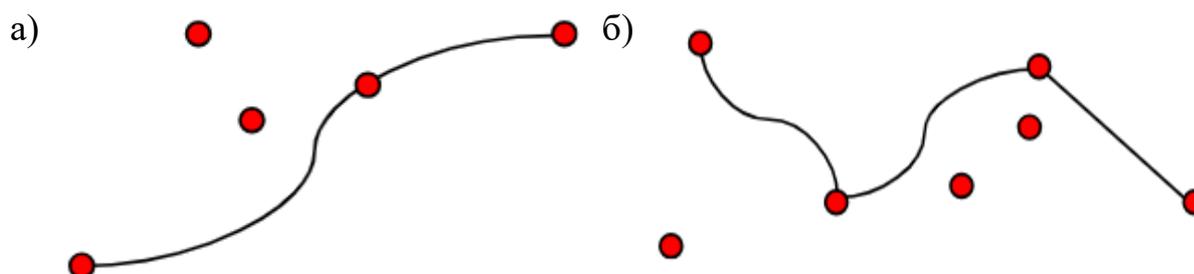


Задачи

1. Ответьте на вопросы:

- 1) Вспомните, где вам встречались графы?
- 2) Как называются линии, связывающие вершины графа?
- 3) Как можно проверить, одинаковые два графа или нет?
- 4) Что такое степень графа?

2. На рисунке изображены графы.



Сколько у каждого из них рёбер, вершин и изолированных вершин?

3. Нарисуйте три разных графа, в каждом из которых 3 вершины.

4. Алексей, Борис, Виктор, Галина и Дарья при встрече обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку по одному разу). Сколько всего рукопожатий было сделано?

5. В школьных соревнованиях по шахматам принимали участие 5 учеников: Алёна, Богдан, Георгий, Олеся и Елизавета. Соревнования проводилось по круговой системе – каждый участник играет с каждым из остальных один раз.

К настоящему моменту некоторые игры уже проведены:

- Алёна сыграла с Богданом, Георгием и Елизаветой;
- Богдан с Алёной и Георгием;
- Георгий с Алёной и Олесей.

Сколько игр проведено к настоящему времени и сколько еще осталось?



Домашнее задание

1. Нарисуйте какой-либо граф, в котором 5 вершин со степенями 1, 2, 2, 3, 3.
2. По окончании деловой встречи специалисты обменялись визитными карточками (каждый вручил свою карточку каждому). Сколько всего визитных карточек было роздано, если во встрече участвовали 4 человека?



2. ПУТИ В ГРАФЕ. СВЯЗНЫЙ ГРАФ



Цепь (простой путь) – это путь в графе из одной вершины в другую, в котором вершины и ребра не повторяются.

Если граф состоит из одной-единственной цепи, то такой граф также называют **цепью**.

Граф без рёбер, состоящий из единственной вершины, также считают цепью.

Цикл в графе – это замкнутый путь, у которого начало и конец в одной вершине, а ребра и промежуточные вершины не повторяются.

Если граф состоит из одного-единственного цикла, то такой граф также называют **циклом**.

Граф называется связным, если две любые вершины в этом графе соединены путём.



Задачи

1. Решите задания:

- 1) Своими словами объясните, что такое путь в графе.
- 2) Объясните, что такое цепь.
- 3) Может ли в цепи рёбер быть больше, чем вершин?
- 4) Объясните, что такое цикл.
- 5) Может ли в цикле рёбер быть меньше, чем вершин?
- 6) Какой граф называют связным?

2. Рассмотрите рисунок.

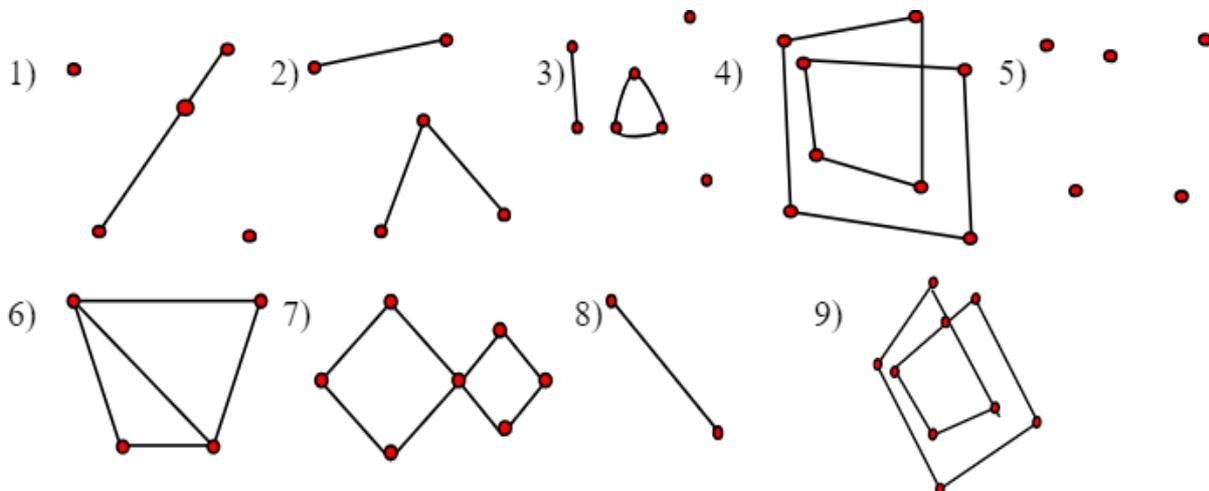
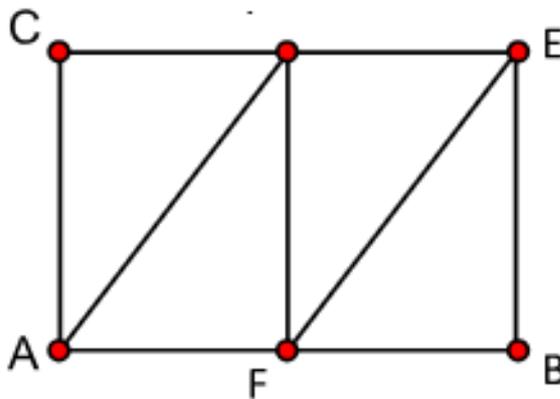


Рисунок 3

Выпишите номера графов, которые являются: а) цепями; б) циклами; в) несвязными графами.

3. Укажите какие графы на рисунке 3 содержат цикл.

4. Рассмотрите рисунок.



Запишите какие-нибудь три цепи, ведущие из вершины А в вершину В. Найдите на рисунке три разных цикла.

5. В деревне 9 домов. Соседними будут считать участки, у которых есть общий забор. Известно, что у Петра соседи Илья и Андрей, Михаил сосед Илье и Семену, Валерий – Денису и Николаю, а также по соседству живут Емельян с Николаем, Илья с Семеном, Емельян с Денисом и Семен с Андреем и больше соседей в деревне нет. Может ли Петр, перелезая заборы соседних участков, пробраться на участок Николая?



Домашнее задание

1. В Солнечной системе введено космическое сообщение. Корабли осуществляют рейсы в обе стороны по следующим маршрутам:

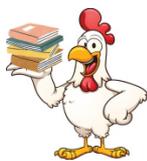
Земля – Меркурий, Марс – Венера, Уран – Нептун, Марс – Меркурий, Юпитер – Плутон, Меркурий – Венера, Нептун – Сатурн, Сатурн – Юпитер, Плутон – Уран.

Можно ли добраться с Земли до Плутона?

2. Изобразите два графа с шестью вершинами степени 2: один связный, а другой – нет.



3. ЗАДАЧА О КЁНИГСБЕРГСКИХ МОСТАХ, ЭЙЛЕРОВЫ ПУТИ И ЭЙЛЕРОВЫ ГРАФЫ



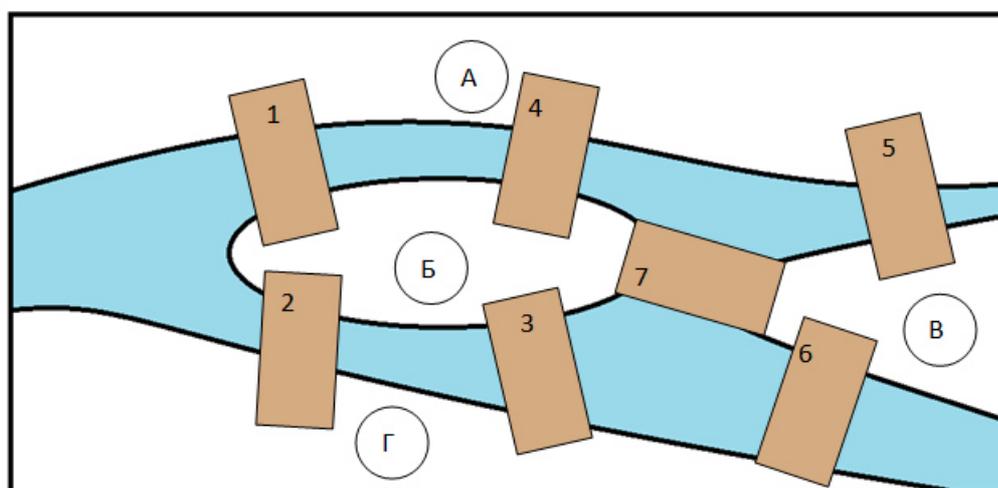
Эйлеров граф – это граф, в котором существует эйлеров путь, то есть путь, проходящий ровно один раз по каждому ребру.

Название «эйлеров» объяснить легко. Задолго до нас Леонард Эйлер доказал теорему, решая знаменитую задачу о семи Кёнигсбергских мостах.

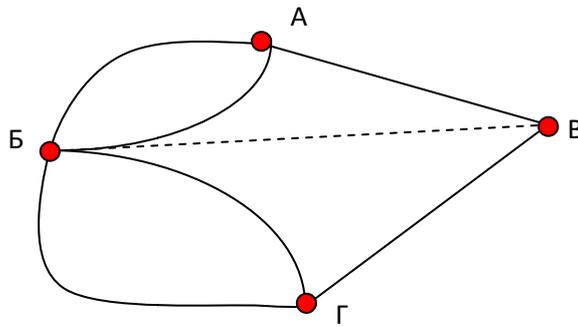
В старинном городе Кёнигсберге (ныне Калининград) семь мостов через реку Преголя, которую во время Эйлера называли Прегель. Древняя городская легенда гласила, что тот, кто сумеет обойти весь город, ровно по разу побывав на каждом из семи мостов, обретёт счастье и богатство. Кто только не пытался это сделать, но никому не удавалось.

Леонард Эйлер доказал, что пройти по каждому из семи мостов ровно один раз невозможно, откуда бы путник не начинал свой путь.

ТЕОРЕМА: Если в графе существует путь, проходящий через все рёбра ровно по одному разу, то в этом графе не больше двух вершин нечётной степени.



Теперь мы тоже можем решить задачу о мостах. Участки суши изобразим вершинами, мосты – рёбрами графа. В полученном графе все четыре вершины имеют нечётную степень: вершины А, В и Г имеют степень 3, а вершина Б – степень 5. Значит, обойти такой граф эйлеровым путем невозможно.

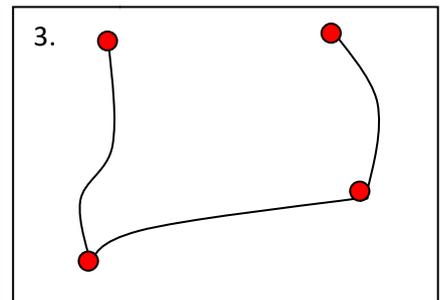
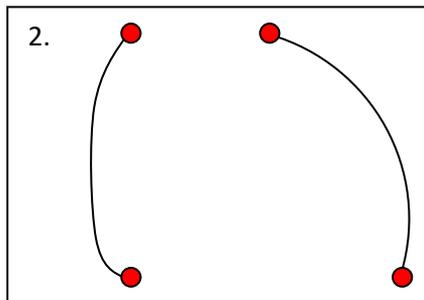
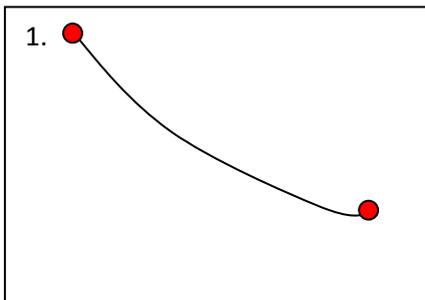


Задачи

1. Ответьте на вопросы:

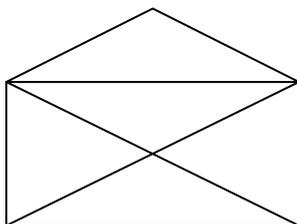
- 1) Что такое эйлеров путь и какие графы называют эйлеровыми?
- 2) Может ли эйлеров граф быть несвязным?

2. Какими цифрами обозначены эйлеровы графы?

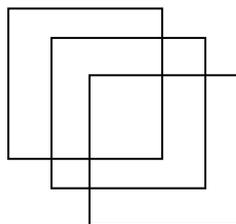


3. Не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну линию дважды, нарисуйте фигуры:

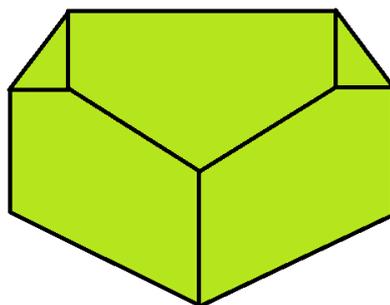
1) Открытый конверт



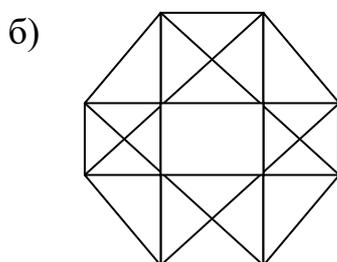
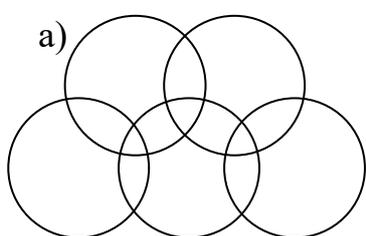
2) Квадраты Льюиса Кэрролла



4. Пять участков отделены друг от друга заборами. Можно ли побывать на каждом участке, но при этом перелезть через каждый забор ровно один раз?

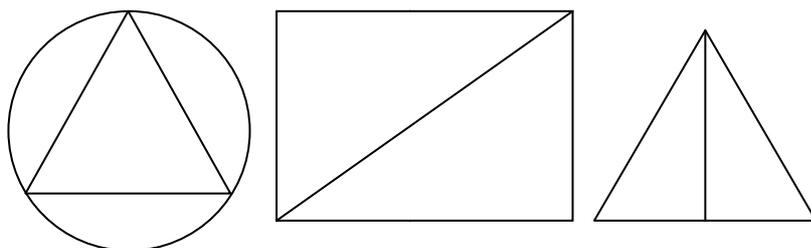


5. Придумайте способ обвести фигуру одним росчерком (не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну линию дважды).

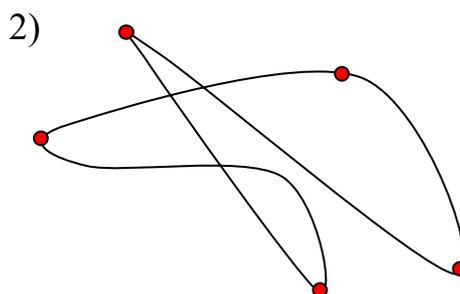
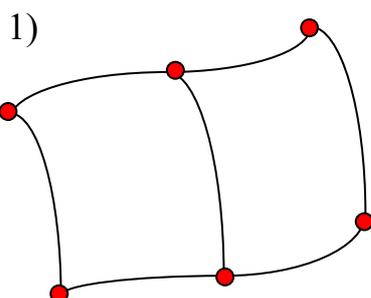


Домашнее задание

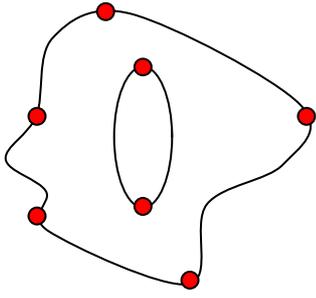
1. Начертите фигуры одним росчерком (не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну линию дважды).



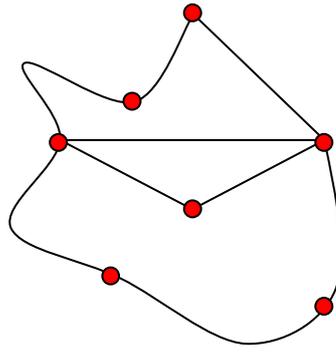
2. Какими цифрами на рисунке обозначены эйлеровы графы?

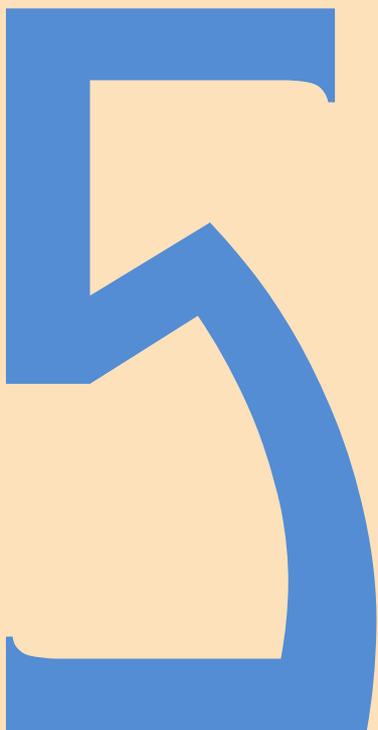


3)



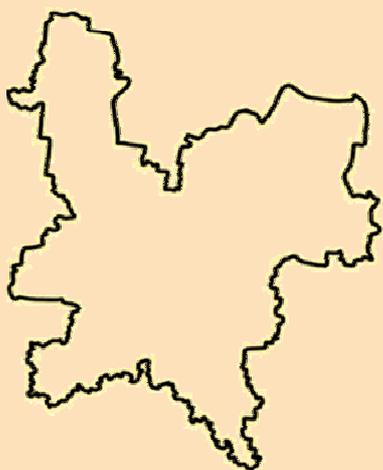
4)





ЛОГИКА

1. Утверждения и высказывания.
Отрицание.
2. Условные утверждения.
3. Обратные и равносильные утверждения. Признаки и свойства.
Необходимые и достаточные условия.
4. Противоположные утверждения.
Доказательство от противного.



Вятский говор не спутаешь ни с каким другим. Он относится к севернорусскому наречию и лучше всего сохранил особенности говора древней Новгородской земли.

I. УТВЕРЖДЕНИЯ И ВЫСКАЗЫВАНИЯ. ОТРИЦАНИЕ.



Высказывание – это утверждение, которое либо истинно, либо ложно.

ПРИМЕР: Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями, а какие – ложными?

- а) «У всех кошек черная шерсть».
- б) «Некоторые птицы живут в городе».
- в) «Любая река впадает в море».

Все эти утверждения содержат вспомогательные слова «все», «некоторые», «любой», которые влияют на смысл сказанного.

Слова «любой», «все» и т.п. подразумевают, что нет исключений.

Существует ли река, впадающая не в море? Да. Например, Ангара, которая впадает в реку Енисей. С помощью примера мы показали, что утверждение в) «Любая река впадает в море» ложно. Такие опровергающие примеры называют контрпримерами.

Контрпример – пример, противоречащий утверждению.

Одно из умений, которыми нужно овладеть, – это умение строить отрицание к утверждению. Для простоты мы можем обозначить утверждение буквами.

Отрицание утверждения А – это такое утверждение В, что если А истинно, то В ложно, и наоборот, если А ложно, то В истинно.

Если в результате рассуждений получается, что одновременно верны и какое-то утверждение, и его отрицание, то в рассуждениях имеется логическая ошибка или сделано ошибочное предположение.

Задачи



1. Известно, что городу Кирову <1000 лет. Дано высказывание «Городу Кирову больше 650 лет»

- а) Можно ли утверждать, что это высказывание истинно? Если нет, приведите контрпример;

б) Может ли это высказывание быть истинным? Если да, приведите пример, при котором это высказывание истинно.

2. Выпишите все целые значения n при которых высказывание истинно:

- а) «Число n не меньше 7, но меньше 10»;
- б) «Число n положительно, но не больше, чем 3,9».

3. Выпишите все целые значения m при которых высказывание ложно:

- а) «Число m меньше, чем 8, но больше, чем 11»;
- б) «Модуль числа m не меньше, чем 2».

4. В пенале 6 синих карандашей и 3 желтых. Какие из следующих высказываний истинны?

- а) «Среди любых четырех карандашей из пенала обязательно будет синий»;
- б) «7 карандашей, выбранных из пенала, могут оказаться одного цвета»;
- в) «Любые 3 карандаша из пенала одного цвета»;
- г) «Среди любых 8 карандашей из пенала обязательно 2 желтых»?

5. Площадь прямоугольника равна 36. Известно, что длины его сторон – натуральные числа. Про какие из следующих утверждений можно сказать, что они являются истинными высказываниями?

- а) «Длина хотя бы одной из сторон – четное число»;
- б) «Этот прямоугольник является квадратом»;
- в) «Периметр этого прямоугольника больше, чем 72»;
- г) «Периметр этого прямоугольника меньше, чем 75».

6. Постройте отрицание утверждения:

- а) «Любой магазин в городе Киров называется «Кировский»»;
- б) «Город Киров расположен в Африке».

7. Дано уравнение $(x-1)(x-2)=0$. Истинны или ложны высказывания:

- а) «Любое значение x удовлетворяет данному уравнению»;
- б) «Ни одно значение x не удовлетворяет данному уравнению»;
- в) «Существует число, которое является решением данного уравнения»;

г) «Некоторые числа являются решениями данного уравнения»?

8. Определите, истинны или ложны следующие высказывания, и постройте отрицания:

- а) «Кикимора произошла из Казахстана»;
- б) «В Кирове завода, название которого начинается с буквы «Л»»;
- в) «Киров находится на 7 холмах».

9. Сформулируйте отрицание для утверждения:

- а) «При бросании игрального кубика выпало менее 3 очков»;
- б) «При бросании игрального кубика выпало простое число очков».

10. Игральную кость бросили 2 раза. Сформулируйте отрицание для следующих утверждений:

- а) «Четыре очка не выпало ни разу»;
- б) «Оба раза выпало 5 очков».



Домашнее задание

1. Ответьте на вопросы:

- а) Что такое высказывание? Всякое ли утверждение является высказыванием?
- б) Верно ли, что:
 - 1) чтобы опровергнуть утверждение достаточно привести контрпример;
 - 2) чтобы доказать утверждение, достаточно привести пример, когда оно истинно?
- в) Для некоторого утверждения А высказывание «неверно, что не А» ложно. Истинно или ложно А?

2. Определите, истинны или ложны следующие высказывания, и постройте отрицания для ложных высказываний:

- а) «Историческое название Кирова – Вятка»;
- б) «За свою историю город Киров пережил 2 переименования»;
- в) «Дымковской игрушке менее 400 лет»;
- г) «Население города Киров менее 400 000 человек (2023г.)».

3. Известно, что натуральное число x делится на 12. Какие из утверждений являются истинными высказываниями:

- а) « x делится на 6»;
- б) «Последняя цифра числа x четная»;
- в) «144 делится на x »;
- г) « x делится на 9»?

4. Симметричную монету бросили трижды. Сформулируйте отрицание для следующих утверждений:

- а) «Орел не выпал ни разу»;
- б) «Все три раза выпал орел».



2. УСЛОВНЫЕ УТВЕРЖДЕНИЯ



Утверждения, составленные с помощью логической конструкции *если ..., то ...*, называют **условными утверждениями**.

Первое утверждение называется *условием* или посылкой, а второе – *следствием*.

Правило. Условное утверждение истинно, если следствие истинно или если посылка ложна.

Иными словами, условное утверждение $A \rightarrow B$ будет ложным, только при попытке получить лож из истины. Во всех прочих случаях утверждение $A \rightarrow B$ истинно.



Задачи

1. Является истинным или ложным высказывание:
 - а) «Если $3 < 5$, то сумма внутренних углов треугольника равна 190° »;
 - б) «Если $5 < 3$, то сумма внутренних углов треугольника равна 190° ».
2. К утверждению «Если ..., то на этих двух игральных кубиках в сумме выпало больше 11 очков» подберите такую посылку, чтобы утверждение стало истинным высказыванием.
3. К утверждению «Если ..., то на этих двух игральных кубиках в сумме выпало 7 очков» подберите такую посылку, чтобы оно было ложным.
4. К утверждению «Если ..., то город Киров расположен в Африке» подберите такую посылку, чтобы утверждение стало истинным высказыванием.
5. В жилых домах, в которых больше 5 этажей, должен быть установлен лифт. Считая, что это условие соблюдается, укажите, какие из утверждений являются истинными высказываниями:
 - а) «Если в доме нет лифта, то в этом доме больше 5 этажей»;
 - б) «Если в доме больше 6 этажей, то в нем есть лифт»;
 - в) «Если в доме лифта нет, то в этом доме меньше 5 этажей»;

- г) «Если в доме нет лифта, то он не выше 6 этажей»;
- д) «Если в доме 4 этажа, то в нем лифта нет»;
- е) «Если в доме не больше 5 этажей, то в нем нет лифта»;
- ж) «Если в доме есть лифт, то в этом доме есть 5 этаж».



Домашнее задание

1. Даны 3 высказывания:

- а) «Число x делится на 3»;
- б) «Число x делится на 6»;
- в) «Число x четное».

Какие из следующих высказываний истины при любом значении x :

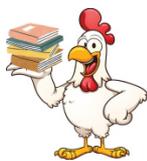
- а) $A \rightarrow B$; б) $B \rightarrow A$; в) $B \rightarrow C$;

2. Выходя на улицу, Анна Дмитриевна обязательно надевает перчатки. Какие из следующих высказываний истинны:

- а) «Если Анна Дмитриевна без перчаток, значит, она дома»;
- б) «Если Анна Дмитриевна без перчаток, значит, она не на улице»;
- в) «Если Анна Дмитриевна в перчатках, значит, она на улице»;
- г) «Если Анна Дмитриевна на улице, значит, она в перчатках»;
- д) «Если Анна Дмитриевна дома, значит, она без перчаток»?



3. ОБРАТНЫЕ И РАВНОСИЛЬНЫЕ УТВЕРЖДЕНИЯ. ПРИЗНАКИ И СВОЙСТВА. НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ



Обратные и равносильные утверждения

Если исходное утверждение записать в виде $A \rightarrow B$, то обратное ему утверждение имеет вид $B \rightarrow A$. Такие утверждения называют **взаимно обратными**.

Если утверждение $A \rightarrow B$ истинно, то обратное утверждение $B \rightarrow A$ не обязательно истинно.

Если всё же два взаимно обратных утверждения истинны или ложны одновременно, то они **равносильны**.

Равносильные утверждения – это утверждения, которые являются одновременно истинными или одновременно ложными.

Необходимые и достаточные условия, признаки и свойства

Посмотрим на условное утверждение «Если A , то B ». Оно говорит, что если посылка A истинна, то этого достаточно, чтобы следствие B также оказалось истинным.

Поэтому утверждение A часто называют **достаточным условием** для B .

Значит, если B ложно, то A не может быть истинным. Можно сказать, что «без B не будет A »

Поэтому B называют **необходимым условием** для A .

Задачи

1. Постройте утверждение, обратное данному:

- а) «Если предмет сделан из дерева, то он не тонет в воде»;
- б) «Если число оканчивается двумя нулями, то оно делится на 100»;
- в) «Если у человека отчество Дмитриевич, то его отца зовут Дима».



2. Рассмотрим утверждения:

- A: «Натуральное число N делится на 3»;
- B: «Натуральное число N делится на 9»;
- C: «Сумма цифр натурального числа N делится на 3»;
- D: «Сумма цифр натурального числа N делится на 9»;

Запишите символически с помощью букв и стрелок следующие утверждения и обратное к нему:

- а) «Если сумма цифр натурального числа N делится на 9, то это число делится на 3».
- б) «Если натурально число N делится на 9, то сумма цифр этого числа делится на 3».

Какие из этих утверждений являются истинными высказываниями?

3. Пусть N – натуральное число. Даны утверждения:

- A: « N делится на 3»,
- B: « N делится на 9»,
- C: «Сумма цифр числа N делится на 3»;
- D: «Сумма цифр числа N делится на 9»;
- E: «Число N является натуральной степенью числа 2».

Составьте из этих утверждений два взаимно обратных условных утверждения:

- а) так, чтобы оба были истинными высказываниями;
- б) так, чтобы одно из них было истинным, а обратное могло оказаться ложным;
- в) так, так, чтобы оба утверждения оказались ложными высказываниями.

4. Предположим, что N – некоторое натуральное число. Найдите равносильные утверждения.

- A: «Число N четное»,
- B: «Число N равно $2k$ для некоторого натурального числа k »,
- C: «Число N дает остаток 2 при делении на 4»;
- D: «Число N заканчивается одной из цифр 0, 2, 4, 6, 8»;
- E: «Число N делится на 2, но не делится на 4».



Домашнее задание

1. Постройте утверждение, обратное данному:

- а) «Если было название Вятская губерния, то сейчас это Кировская область»;
- б) «Если есть родина Кикиморы, то это Киров»;
- в) «Если область в форме петушка, то это Кировская область».

2. Ответьте на вопросы:

- а) Как называются два утверждения, которые одновременно истинны или одновременно ложны?
- б) Приведите пример истинного высказывания, обратное к которому не является истинным;
- в) Приведите пример теоремы-признака известной вам из геометрии.



4. ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ УТВЕРЖДЕНИЯ. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОТ ПРОТИВНОГО



Взаимно противоположные утверждения

Утверждение $A \rightarrow B$ и не $A \rightarrow$ не B называют **противоположными** друг другу.

Если из утверждения A следует утверждение B , то это не означает, что из утверждения не A следует утверждение не B .

Доказательство от противного

Утверждения $A \rightarrow B$ и не $B \rightarrow$ не A равносильны, то есть одновременно оба истинны или оба ложны. Поэтому вместо одного можно доказывать другое.

На таком рассуждении построено доказательство от противного.

Доказательство состоит из трех шагов.

1. Сначала делают предположение, что истинное утверждение не B .
2. Затем приходят к противоречию с каким-нибудь истинным высказыванием.
3. Делают вывод о том, что сделанное предположение ложно, а значит, утверждение B истинно.



Задачи

1. В магазине продаются булочки с яблочным джемом и абрикосовым вареньем. Все булочки с яблочным джемом посыпаны корицей. Паша купил булочку без корицы. Докажите, что в ней абрикосовое варенье.
2. В ящике лежат 20 синих и 20 зеленых носков. Докажите, что если наугад вынуть из ящика 3 носка, хотя бы два из них окажутся одного цвета.
3. Антип Петрович разорвал газетный лист пополам. Потом взял один из кусков и разорвал его пополам. Опять взял один из кусков и разорвал пополам. Антип Петрович может рвать газету таким образом сколь угодно много раз. Сможет ли он в результате получить 100 кусков?
4. Петр Антипович разорвал газетный лист на 3 части. Потом взял один из кусков и разорвал его на три части. Опять взял один из кусков и разорвал на 3 части.

Петр Антипович может рвать газету таким образом сколь угодно много раз. Докажите, что Петр Антипович не сможет получить в результате 100 кусков.

5. Докажите, что существует только одно простое четное число.



Домашнее задание

1. Ответьте на вопросы:

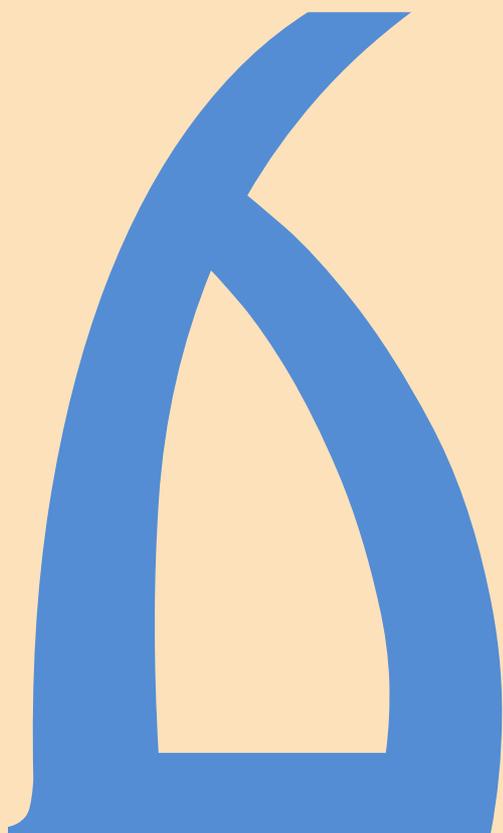
- а) Какие утверждения называют противоположными?
- б) Из каких шагов состоит доказательство от противного?
- в) На каком рассуждении построено доказательство от противного?

2. Сколько существует простых чисел, которые делятся:

- а) на 5;
- б) на 100.



СЛУЧАЙНЫЕ ОПЫТЫ И СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

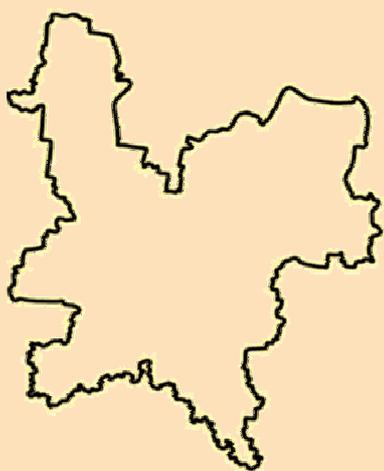


1. Примеры случайных опытов и случайных событий.

Вероятности и частоты событий.

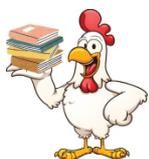
2. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Как и зачем узнать вероятность события.

3. Вероятная защита информации от ошибок.



В регионе встречается очень редкий минерал волконскоит, который есть только в нескольких местах земного шара. Его используют художники и иконописцы для производства натуральных красок оливкового цвета.

I. ПРИМЕРЫ СЛУЧАЙНЫХ ОПЫТОВ И СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ. ВЕРоятНОСТИ И ЧАСТОТЫ СОБЫТИЙ



Случайный опыт (эксперимент, наблюдение, испытание) – это некоторое действие, которое можно повторить большое количество раз в одинаковых условиях, а результат этого действия зависит от случая и его невозможно предсказать.

Пример: Вы выиграли в лотерею – случайное событие. Пригласили друзей отпраздновать выигрыш, а они по дороге к вам застряли в лифте — тоже случайное событие. Однако, мастер оказался поблизости и освободил всю компанию через десять минут – это тоже можно считать счастливым случайным событием.

Примерами случайных испытаний являются подбрасывание монеты, покупка лотерейного билета, вытаскивание карты из колоды, стрельба по мишени.

Будем считать случайным опытом действие, результат которого зависит от случая и которое проводится большое количество раз в *приблизительно* одинаковых условиях.

Результатом случайного опыта является случайное событие.

Случайное событие - это событие, которое в ходе опыта может произойти или не произойти.

Теория вероятностей - это раздел математики, изучающий случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

В теории вероятностей шанс того, что случайное событие произойдет, выражается числом. Это число называют вероятностью случайного события.

Если событие никогда не наступает (его шансы равны нулю), то вероятность этого события полагают равной 0. Такое событие называют невозможным.

Если же событие наступает всегда, его вероятность полагают равной 1. Такое событие называют достоверным.

Вероятности остальных событий – это числа между 0 и 1. Таким образом, **вероятность случайного события** – это числовая мера его правдоподобия. Чем больше шансов у такого события произойти, тем выше его вероятность.

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$P(A)$ – вероятность события

m – количество исходов, благоприятных этому событию

n – количество всех исходов

Повторяя случайный опыт много раз, мы можем увидеть, сколько раз интересующее нас событие происходит, а сколько раз – не происходит. На основе этих данных можно вычислить частоту случайного события – отношение числа тех опытов, в которых событие произошло, к общему числу проведенных опытов.

$$W(A) = \frac{k}{n},$$

$W(A)$ – частота события

k – количество опытов, в которых событие произошло

n – общее количество проведенных опытов



Задачи

1. Ответить на вопросы:

- 1) Какие события мы называем случайными?
- 2) Является ли случайным событие «Летом у меня будут каникулы»?
- 3) Является ли случайным событие «Мне сегодня встретится черная кошка»?
- 4) Вообразите, что вы отправились на рыбную ловлю. Какие случайные события могут произойти при этом?

2. Укажите какие из перечисленных событий по вашему мнению являются достоверными, а какие невозможными:

- 1) Монета, брошенная на гладкую жесткую поверхность, встала на ребро;
- 2) На игральном кубике кости выпало 7 очков;
- 3) На игральном кубике кости выпало от 1 до 6 очков;
- 4) Номер открытой страницы в книге - дробное число;
- 5) Номер открытой страницы в книге не меньше 1;
- 6) 1 января в школе не будет уроков.

3. Ответьте на вопросы:

- а) Какова вероятность того, что на светофоре загорится синий свет? Какой тип этого события?

- б) Какова вероятность, что после осени наступит зима? Какой тип этого события?
4. В лотерее разыгрывалось 5 телевизоров, 25 магнитофонов, 30 фотоаппаратов. Всего было выпущено 3000 лотерейных билетов. Какова вероятность выиграть какой-нибудь приз?
5. В соревнованиях по биатлону участвует 15 человек. Во время эстафеты каждый сделал на первой огневой точке по пять выстрелов. Результаты стрельбы представлены в таблице (0 – промах, 1 – попадание).

Номер спортсмена	1	2	3	4	5
Результаты стрельбы	00011	10011	11101	01110	10101
Номер спортсмена	6	7	8	9	10
Результаты стрельбы	10100	01101	10110	01111	01000
Номер спортсмена	11	12	13	14	15
Результаты стрельбы	01010	00110	11110	11001	00010

Найдите частоту события:

- «стрелок не попал с первого раза»;
- «стрелок промахнулся ровно два раза»;
- «стрелок промахнулся не менее двух раз»;
- «стрелок ни разу не промахнулся»;
- «стрелок сделал пять выстрелов».



Домашнее задание

- Какова, по вашему мнению, вероятность события:
 - Завтра на улице вам встретится Баба-Яга;
 - Число дней в следующем месяце не превысит 31;
 - В вашей ванне поселится красный крокодил в синюю полоску;
 - На морозе вода в стакане через некоторое время замерзнет;
 - Сборная вашего класса выиграет в футбол у "Спартака".

2. Случайный опыт заключается в том, что стрелок в тире стреляет по мишени, пока не попадет. Опыт провели 10 раз. Результаты серии опытов представлены в таблице.

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
С какого выстрела попал в цель	3	2	5	3	10	7	1	6	4	3

Найдите частоту события:

- а) Стрелок попал в мишень с третьего раза;
- б) Для поражения мишени стрелку понадобилось не более трех выстрелов;
- в) Стрелок попал в мишень с восьмого раза.



2. МОНЕТА И ИГРАЛЬНАЯ КОСТЬ В ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. КАК И ЗАЧЕМ УЗНАТЬ ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ



Математическая монета, используемая в теории вероятностей, лишена многих качеств настоящей монеты. У математической монеты нет цвета, размера, веса и достоинства. Она не сделана ни из какого материала и не может служить платежным средством.

Бросание монеты – случайный опыт, который может закончиться либо орлом (О), либо решкой (Р). Всего два события, и одно из них обязательно произойдет.

Если мы бросим монету 2 раза, то это другой случайный эксперимент, который может закончиться одним из четырех вариантов (исходов): ОО, ОР, РО, РР. Два исхода первого броска комбинируются с двумя возможными исходами второго. Получается всего $2 \cdot 2 = 4$ возможности.

Если бросить монету 3 раза, то может быть 8 исходов, которые можно обозначить ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОО, РОР, РРО, РРР.

Математическая игральная кость, которая обсуждается в теории вероятностей — это математический образ правильной кости. Выпадения всех граней равновозможны. Подобно математической монете, математическая кость не имеет ни цвета, ни размера, ни веса, ни иных материальных качеств.

Если игральная кость бросают один раз, то возникает случайный опыт, в котором возможно 6 простейших равновозможных случайных событий: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Если игральная кость бросить дважды, то получится более сложный эксперимент, который может закончиться одним из $6 \cdot 6 = 36$ исходов.

В некоторых случаях вероятность события можно установить, исходя из симметрии в случайном опыте.

Иногда вероятности событий удастся вычислить, зная вероятности более простых событий.

Еще один метод определения вероятности — экспериментальный или статистический. Этот метод основан на наблюдениях.

Вероятности некоторых событий не удастся ни оценить, ни вычислить, ни назначить из соображений симметрии. Такими событиями теория вероятностей не занимается.



Задачи

1. Ответить на вопросы:
 - 1) Что такое бросание монеты?
 - 2) Если бросить монету два раза, то какие исходы могут получиться?
 - 3) Если бросить игральный кубик два раза, то сколько исходов может получиться?
2. Бросают игральную кость. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее 4 очков.
3. Монету подбрасывают 2 раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадут орлы?
4. Игральная кость для настольной игры имеет форму икосаэдра – правильного выпуклого многогранника с двадцатью гранями. Исходя из симметрии кости, назначьте вероятность события:
 - а) «при броске кости выпало 15 очков»:
 - б) «при броске кости выпало чётное число очков».
5. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна. Ответ округлите до сотых.



Домашнее задание

1. Симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз
2. Одновременно бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.



3. ВЕРОЯТНАЯ ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ ОТ ОШИБОК



Цифры сопровождают нас повсюду и играют важную роль в нашей жизни. Нам часто приходится вводить массу данных на разных сайтах. Но человеку свойственно ошибаться.

Самый простой способ обезопасить себя от случайных ошибок – **двойной ввод**.

Например, многие сайты, включая сайты государственных услуг, запрашивают важную информацию дважды: приходится два раза вводить новый пароль при создании личного кабинета, два раза вводить адрес электронной почты. Все это делается для защиты от случайных ошибок.

Другой способ вероятностной защиты информации – контрольная сумма или контрольная цифра.

Например, **контрольная цифра** — это последняя цифра в номере банковской карты. Она служит для проверки достоверности всего номера карты и предотвращения случайных ошибок при вводе. Когда пользователь вводит или сканирует номер своей карты, система быстро проверяет контрольную цифру, чтобы убедиться, что номер был введен правильно.

Похожим образом защищается от ошибок информация при передаче по мобильным сетям и Интернету. Каждый символ в сообщении кодируется числом, и их сумма (контрольная сумма) передается вместе с сообщением. Если из-за помех информация случайным образом исказилась, то практически наверняка контрольная сумма окажется неверной. Вероятность случайного совпадения настолько мала, что ею можно пренебречь.

Вместе с основной информацией передается избыточная информация, позволяющая проверить корректность передачи основной информации.

Избыточность языка позволяет создавать алгоритмы проверки орфографии и исправления опечаток при вводе текста в компьютер или смартфон.

Иное дело – математический язык. В нем нет избыточности. Поэтому математические расчеты и записи нужно проверять несколько раз. Проверка, которую всегда советуют делать учителя математики, - это вероятностная защита от досадных ошибок.



Задачи

1. Ответить на вопросы:

- 1) Какие два способа вероятностной защиты информации вы знаете?
- 2) В каком языке нет избыточности? Как вы думаете, почему?

2. Падение сосульки с крыши на голову пешехода – событие маловероятное. Что нужно делать для того, чтобы эту вероятность ещё уменьшить?

3. В каких случаях не следует доверяться правилу: «В однократном опыте маловероятное событие не происходит»?

4. В фантастической повести Аркадия и Бориса Стругацких «Понедельник начинается в субботу» есть эпизод, когда герои сначала находят умершего попугая, на лапке у которого кольцо с номером 190573. На следующий день они видят такого же больного попугая с этим же номером, который умирает на их глазах. Ещё через день к ним в лабораторию влетает весёлый и здоровый попугай с таким же номером на лапке. Герой повести Александр Привалов рассуждает следующим образом.

Всё происходящее, рассуждал я, по-настоящему удивительно, только если считать, что эти три или четыре попугая - один и тот же попугай. Они действительно так похожи друг на друга, что вначале я был введён в заблуждение. Это естественно. Я математик, я уважаю числа, и совпадение номеров – в особенности шестизначных - для меня автоматически ассоциируется с совпадением пронумерованных предметов.

Объясните своими словами, что имеют в виду авторы в последнем предложении, говоря от имени Привалова о совпадении номеров и предметов.

5. Подумайте, зачем в алгоритме защиты банковской карты умножать цифры на нечётных местах на 2 перед тем, как складывать цифры. Почему берут остаток от деления на 9, а не на 10?



Домашнее задание

1. Ученик забыл тетрадь с домашним заданием дома – случайное событие. Что нужно сделать, что уменьшить вероятность этого события?
2. Приведите несколько примеров маловероятных событий из жизни.



ОТВЕТЫ

Глава 1. Тема 1

1.1) да, упорядочена по алфавиту; 2) да, по длине. 2. 1) да, упорядочена по размеру заработной платы от большего к меньшему; 2) да, по алфавиту. 3. 1) да, упорядочена по алфавиту; 2) да, по площади и по населению. 4. 1) да, упорядочена по алфавиту; 2) по другому признаку упорядочить нельзя. 5. 1) нет, не упорядочена; 2) да, по второму и первому столбцу; 3) пропуск; 4) 79 706 р. 6. 1) Буш Николай Адольфович, г. Слободской Вятской губернии, доктор биологических наук, профессор, член-корреспондент АН СССР. Автор более 150 научных работ; 2) Зеленин Дмитрий Константинович с 1904 г. - член Русского географического общества; 3) Циолковский Константин Эдуардович жил в Вятке с 1868 по 1873 и с 1876 по 1878, теоретик воздухоплавания, аэродинамики, основоположник космонавтики, философ. Константин Эдуардович Циолковский внёс значительный вклад в науку, создал: теорию реактивного движения, законы движения ракет, первые конструкции для покорения космического пространства реактивными аппаратами. Его идеи «космического поезда», теории реактивного движения и ракетодинамики, описание принципиальных конструкций ракетных двигателей, математические обоснования и расчёты легли в основу знаний и технологий, которые позволили человечеству выйти на околоземную орбиту. 7. 1) 32-11-42 – номер телефона приёмной комиссии ВятГУ; 2) Ленина 104; 3) МГЮА, 35-48-82. 8. 1) Музей истории мороженого Арктико, музей Леденцово; 2) Художественный; 3) Специализированный Музей Дымковской игрушки. 9. 1) да, упорядочена по численности населения от большего к меньшему; 2) да, по всем столбцам; 3) в Вятских Полянах население больше на 8 311; 4) население Уржума больше. 10. 1) да, по году постройки; 2) да, по названию и мощности судна; 3) Унаследован Ф.Т.Бульчёвым. С 1875 г. – «Основатель». После 1890 г. – у разных казанских купцов. Разобран в 1924 г. в Паратском затоне; 4) 50.

Домашнее задание

1. 1) упорядочена по алфавиту в обратном порядке; 2) 111,7; 3) Нововятский район, площадь 37,5.

2. 1)

Река	Длина (км)
Вятка	1250
Кама	551
Кобра	205
Луза	210
Молома	419
Пижма	220
Чепца	200

2) Чепца, Кобра, Луза, Пижма; 3) В 6,25 раз.

3. 1)

Достопримечательности	Место
Атарская Лука	г. Советск
Водопад у д. Помяловка	д. Куршино
Заповедник «Нургуш»	г. Котельнич
Озеро Шайтан	г. Уржум
Село Великорецкое	Юрьянский р-он

2) Атарская Лука; 3) г. Уржум; 4) Село Великорецкое Юрьянского района. 4. 1) Ленина 158 А; 2) МБОУ СОШ №45 им. А.П.Гайдара; 3) адрес школы №18 - Свердлова 21. 5. 1) г. Воткинск Вятской губернии, 25 апреля (7 мая) 1840; 2) Шишкин Иван Иванович, "Утро в сосновом лесу", "Рожь", "На севере диком"; Васнецов Виктор Михайлович, "Богатыри", "Аленушка"; Васнецов Аполлинарий Михайлович, "Родина", "Цветущий луг"; 3) Грин (Гриневский) Александр Степанович, г. Слободской Вятской губернии.

Глава 1. Тема 2

1. 55 солнечных дней в летние месяцы. 2. Долгота первой даты: 11 ч 57 мин; Долгота второй даты: 11 ч 50 мин; Долгота шестой даты: 11 ч 29 мин; Долгота седьмой даты: 11 ч 25 мин. Вывод: продолжительность дня уменьшается, это связано с наклоном оси вращения Земли относительно Солнца. 3. 1) 528 рублей; 2) 318 рублей; 3) 765 рублей; 4) 2 705 рублей. 4. 1) 800 рублей стоят парикмахерские услуги; 2) 750 рублей стоят услуги.

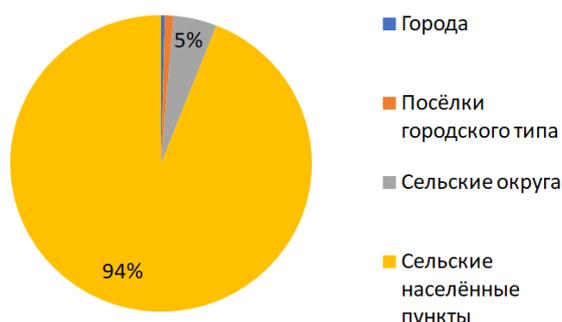
Домашнее задание

1. 1) 11ч 40 мин; 2) наибольшее: 26.09.23; наименьшее: 02.10.23.

Глава 1. Тема 3

1. Реки. 2. Слободской, 13%, а) 8652, б) 15658,5.

3.



4. подойдет 5-10%. 5. 25-35%. 6. Мурашинский район. 7. Холодильников больше в сельской местности. Швейных машин меньше в городской местности. 8. 1) Долгожители, старческий возраст, средний возраст, несовершеннолетние, пожилой возраст, молодой возраст; 2) Долгожители; 3) Молодой возраст преобладает, долгожителей наименьшее количество. 9. В 2022 году было заключено больше браков. 10. Безработный, студент, предприниматель.

Домашнее задание

1. 60-70%

2.



3. Несовершеннолетние, средний возраст, пожилой возраст. 4. 30

Глава 1. Тема 4

1. С левой стороны синим цветом показаны возрастные группы мужчин. С правой стороны красным цветом показаны возрастные группы женщин. 2. Преобладают мужчины. 3. Примерно в 2-3 раза. 4. В возрасте 35-39 лет. 5. В возрасте 60-64 года.

Домашнее задание

1. В возрасте 35-49 лет. 2. Примерно в 4 - 4,5 раза

Контрольная работа №1

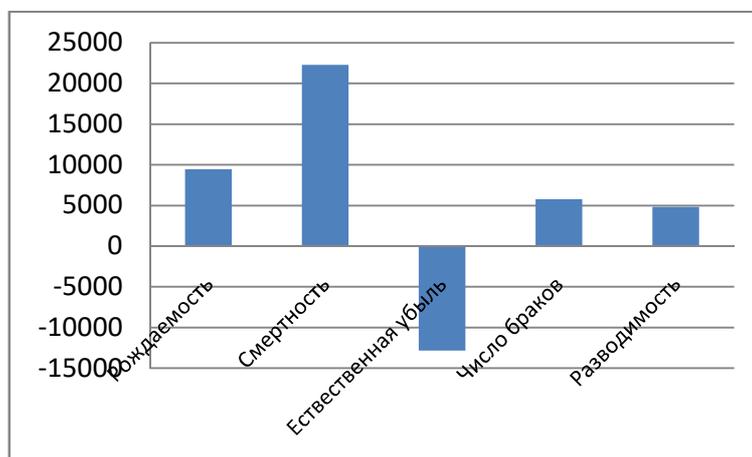
1. 1) 1 апреля: 13 ч 12 мин, 2 апреля: 13 ч 17 мин, 6 апреля: 13 ч 38 мин, 7 апреля: 13 ч 44 мин; 2) День становится длиннее, потому что Земля вращается, и поэтому каждый день траектория видимого перемещения Солнца по небу будет смещаться. 2. Статистика - это наука, которая занимается способами сбора, обработки. Вероятность - это количественный показатель ожидаемости того или иного события. Основатель графических методов статистики Уильям Плейфэр. Виды диаграмм: круговая, столбчатая линейчатая, график. 3. 1) Преподаватели

высших образовательных организаций; 2) 68 262 руб. 4. 1) 1 571; 2) 2 398. 5. 1) В 6 раз; 2) Молома; 3) 551 км.; 4) на 669; 5) на 219. 6. 1) Круговая, 2) Столбчатая, 3) Линейная, 4) График. 7. 30-40 %. 8. Мурашинский район (96,5%), Богородский район (95,5%), Омутнинский район (97,5%)

9. 1)



2) 6; 3) 3. 10. 1) -12 833; 2)



Глава 2. Тема 1

2. 2017 год - 16; 2018 - 17; 2019 - 15; 2020 - 17; 2021 - 19; 2022 - 19; 2023 - 17. Средняя температура в каждом месяце: июнь - 16; июль - 19; август - 17. Сравнение с наибольшим и наименьшим: (по годам) 2017 - 13,7<16<16,6; 2018 - 14,4<17<20,6; 2019 - 13,4<15<16,0; 2020 - 15,1<17<20,5; 2021 - 18,8<19<19,9; 2022 - 16,1<19<20,0; 2023 - 14,1<17<18,7. (По месяцам) июнь 13,7<16<19,9; июль 16,0<19<20,6; август 13,4<17<20,0. Достоверные выводы сделать можно. 3. а) 1990 год: 37 816,25; Яранский. 2000 год: 24 687; советский. Средняя численность населения данных районов в 1990 году была больше, чем в 2000; б) 13 129, 75; в) 35%. 4. $\frac{42+50+55+57+70}{5} = 54,8$.

Домашнее задание

1. 1-В; 2-Е; 3-А; 4-Д; 5-Ж; 6-Б; 7-Г; 2. $\frac{150+150+199+350+350}{5} = 239,8$; $150 < 239,8 < 350$;
 $\frac{150+150+299+650+350+250}{6} = 308,2$; $150 < 308,2 < 650$; Вывод: в среднем женские парикмахерские услуги дороже, чем мужские.

Глава 2. Тема 2

1. 1) 55; 2) 64; 3) 64,5. 2. Не изменится в обоих случаях. 3. Медиана 10,5; Наибольшее 17; Наименьшее 7; Среднее арифметическое значение 11,5; Среднее арифметическое значение приблизительно равно медианному значению. 4. 1) увеличится на 4; 2) уменьшится на 7; 3) увеличится в 3 раза; 4) уменьшится в 2,5 раза. 5. Среднее арифметическое: 5,3 Сравнение: $1 < 5,3 < 18$ Вывод: поиск среднего арифметического не имеет смысла, так как разница между наибольшим, наименьшим и средним арифметическим слишком большая. Медиана: 4,5 Вывод: наиболее точно отражает информацию медианное значение. Значение, которое искажает информацию - 18; Среднее арифметическое - 3,9; медианное значение - 5; После исключения значения, которое искажает информацию, получились более точные значения. Медианное значение и среднее арифметическое значения отличаются друг от друга незначительно. 6. Медиана: Алина: 17; Рита: 16; Соня: 16; Яна: 15. Выбывающиеся значения: 25 минут у Алины. Может быть связано с тем, что задержался автобус или Алина по пути встретила одноклассника и остановилась, чтобы пообщаться с ним, зашла в магазин и т.п. 8. Медиана: 36750; Среднее арифметическое: 39 202; Сравнение: $24\ 500 < 36\ 750 < 57\ 170$; $24\ 500 < 39\ 202 < 57\ 170$; Вывод: более достоверно среднее арифметическое. 9. Медиана: 1662; Старше: Киров, Яранск, Советск; Младше: Белая Холуница, Омутнинск, Кирс.

Домашнее задание

1. 1) 2:31; 2) 16,2; 2. 1) среднее значение: 471,42; 2) медиана: 291,6; 3) наибольшее в зерновых и зернобобовых: 294,6; наименьшее в зерновых и зернобобовых: 275,4; наибольшее в кормовых: 482,1; наименьшее в кормовых: 464,8. 3. 1) 3 106; 2) 3 217. 4. Среднее арифметическое: 48,3; Медиана: 40,5; Сравнение: $32 < 48,3 < 85$; $32 < 40,5 < 85$; Вывод: среднее арифметическое и медианное значение примерно равны.

Глава 2. Тема 3

1. Первый памятник: Памятник С.Н.Халтурину; Самый новый памятник:; Бюст В.Ф.Маргелова; Медиана: 1967; Размах: 97. 2. Модальное значение – магнит; Поиск среднего арифметического и медианы не имеет смысла, так как между наибольшим и наименьшим значениями слишком большая разница. 3. Модальное

значение - минеральная вода. **4.** а) Вятские Поляны; б) Котельнич; в) Омутнинск, Яранск. **5.** а) +27; б) +24; +25; в) +1,5; +18; 3; +15,5; +15.

Домашнее задание

1. а) увеличится на 50; б) увеличиться на 100; в) не измениться; г) уменьшиться в 5 раз. **2.** Наибольшее значение - 75350; наименьшее значение - 59550; размах - 15800; мода - 64320; среднее арифметическое значение - 66070; медианное значение - 64320;

Глава 2. Тема 4

1. а) 7; б) 120 374. **2.** а) 14; б) -4; в) 23,6; г) -19,3. **3.** 43 149,6. **4.** Всё увеличилось на число б. **5.** а) 20; б) 14; в) 1; г) 1,6.

Домашнее задание

1. 49 626. **2.** 1) индексы; 2) \bar{X} , max, min; 3) Если каждое число набора увеличить (уменьшить) на одно и то же число а, то среднее арифметическое набора увеличится (уменьшится) на это же число а; 4) Если каждое число набора умножить на одно и то же число б, то среднее арифметическое набора также умножится на число б.

Контрольная работа

1. 1) частное от деления суммы этих чисел на число слагаемых; 2) max, min; 3) разность между наибольшим и наименьшим из этих чисел. **2.** 1) 308,2; 2) 150. **3.** Наибольшее значение - 49990; наименьшее значение - 37530; размах - 12460; среднее арифметическое - 41610; медианное значение - 39980. **4.** а) Советск; б) Вятские Поляны; в) Котельнич и Омутнинск; г) 9,99. **5.** Размах: 41,36; Медиана: 28,77; Мода: отсутствует; Наибольшее значение: 53,36; Наименьшее значение: 12. **6.** 1) 306,35; 324,6; 238,4; 2) 812,53; 807,45; 213,5; 3) 306,35 < 812,53; 324,6 < 807,45; 238,4 > 213,5; **7.** 1) Если каждое число набора увеличить (уменьшить) на одно и то же число а, то среднее арифметическое набора увеличится (уменьшится) на это же число а. Если каждое число набора умножить на одно и то же число б, то среднее арифметическое набора также умножится на число б. 2) ряд: 1, 2, 3, 4, 5, среднее арифметическое=3; увеличим каждое число на 5, получим следующее: 6, 7, 8, 9, 10, среднее арифметическое=8. Ряд: 1, 2, 3, 4, 5, среднее арифметическое=3; умножим каждое число на 3, получим следующее: 3, 6, 9, 12, 15, среднее арифметическое=9. **8.** а) 55,5; б) 7,4; в) -111. **9.** Среднее арифметическое: 61; Размах: 5,04; Медиана: 57,98. **10.** а) -1,5; 12,5; -10; -13; б) -1,5; неправильно поставлена запятая; в) -7; 7; -13; -13 и -14; г) 5,5.

Глава 3. Тема 1

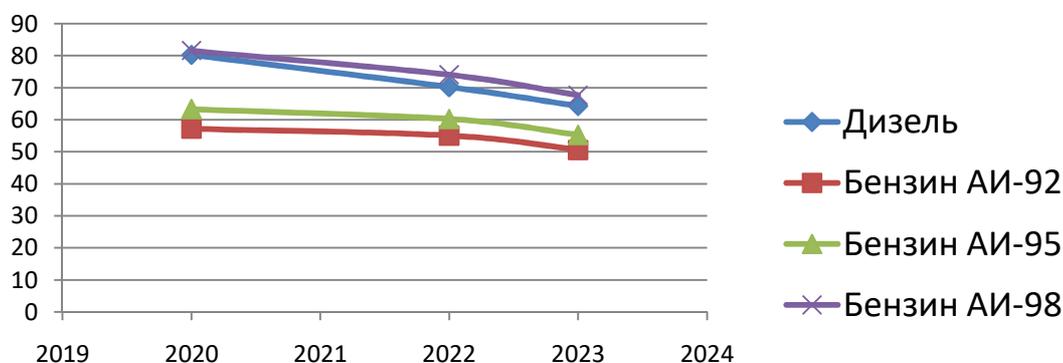
1. 1) Колебания энергии в электрической сети, Колебания роста цен; 2) Удобрения, качество посевочной техники. 2. Средняя урожайность за первые 2 года: 528,95; Средняя урожайность за последние 2 года: 571,3; Превышает на 42,35. 3. 1) $921,5 \leq 954 \leq 978,5$ 2) $1\ 049,75 \leq 1\ 105 \leq 1\ 160,25$. 4. 1) 03.09.2023 температура воздуха от 20,09 градусов до 21,01 градуса; 06.09.2023 температура воздуха от 19,09 до 20,01 градуса; 2) 21; 21; 12; 3) Средняя температура в первые 3 дня 20,7; Средняя температура последние 3 дня 17; Средняя температура в первые 3 дня превышает среднюю температуру в последние 3 дня на 3,7 градуса.

Домашнее задание

1. 1) $134,26 \leq 137 \leq 139,74$; 2) $368,64 \leq 384 \leq 399,36$. 2. Средняя урожайность за 2002 и 2004 гг.: 19,35; средняя урожайность за 1996 и 1998 гг.: 11,15; превышает на 8,2.

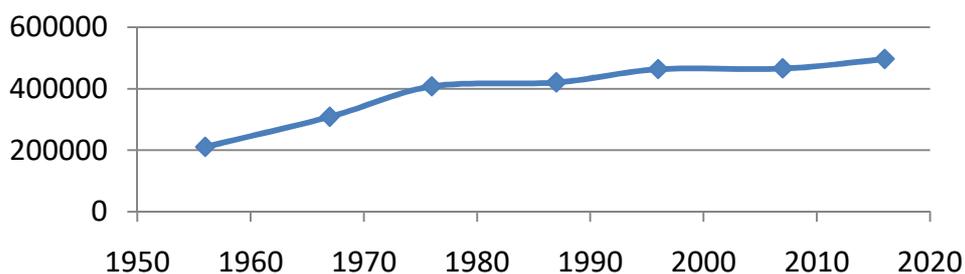
Глава 3. Тема 2

1. 1) температура воздуха в определённом регионе в течение года; 2) количество пользователей социальных сетей в течение года; 3) генетические особенности, качество питания, наличие заболевания и физическая активность. 3. 1) 752; да, колеблется; 2) 1,06%; 3) получается, что давление колеблется вблизи постоянного значения, изменчивость здесь не очень высокая. 4. 1)



2) дизель: 71,55; Бензин АИ-92: 54,28; Бензин АИ-95: 59,59; Бензин АИ-98: 74,39. Значения колеблются не сильно; 3) присутствует убывающая тенденция. 5. 1)

население



2) присутствует возрастающая тенденция.

Домашнее задание

1. 1) Тенденция (тренд) – характерное, устойчивое изменение. Как правило, тенденция обусловлена долгосрочными факторами, которые заставляют величину расти или убывать. 2) Общее повышение не всегда означает постоянное повышение. Общее понижение не всегда означает постоянное понижение. 3) Первая составляющая – тенденция, которая обусловлена серьёзными и долгосрочными факторами. Вторая составляющая – случайное отклонение, вызванное разнонаправленными краткосрочными действиями, которые зачастую невозможно предвидеть.

Глава 3. Тема 3

1. 1) Частоты значений в таком наборе будут равны 0,1; 2) Пусть в наборе всего N чисел, и значения, равные a , встречаются N_a раз. Частотой значения a называется отношение $\frac{N_a}{N}$; 3) Свойство частот гласит о том, что их сумма в каждом случае должна быть равна единице. А если в расчёте на проценты, то 100%; 4) Для нахождения среднего значения числового набора нужно умножить каждое значение на его частоту, сложить полученные произведения и разделить на общее количество значений в наборе. Формула выглядит так: среднее значение = $(\text{значение}_1 \cdot \text{частота}_1 + \text{значение}_2 \cdot \text{частота}_2 + \dots + \text{значение}_k \cdot \text{частота}_k) / (\text{частота}_1 + \text{частота}_2 + \dots + \text{частота}_k)$. 2. а) 0,3; б) 0,2. 3. 0,3. 4. 1) Вятка: 0,43. Томь: 0,29; 2) среднее значение: 43,42; размах: 71; 3) наименьшее: 14; наибольшее: 85. 5. 1) 0,11; 2) 0,11.

6. а)

Номер отрывка	«а»	«о»	«и»
1	11	18	26
2	9	18	10
3	16	24	15

б)

Номер отрывка	«н»	«т»
1	6	6
2	8	9
3	12	10

в) 0, 31; 0,46 .

7. а)

Цвет машины	Количество
Зелёный	3
Красный	9
Коричневый	10
Синий	15
Белый	17
Чёрный	21

б) 0,2 ; в) 0,72 ; г) 0,16.

Домашнее задание

1. а) 0,12; б) 0,12; в) 0,16; г) 0,04. 2. $7x + 7y$. 3. 1) в наборе всего 10 символов, но различных только 4. 2) Барыня в этом наборе встречается 5 раз, поэтому её частота 0,5. 3) герб – 0,2; молоко – 0,2; петушок – 0,1. 4) сумма всех частот равна 1, т.к. сумма всех частот в любом наборе равна 1.

Глава 3. Тема 4

1. 1 этап. Группировочный признак: численность населения; 2 этап. В задании сказано, что нужно сделать 6 групп с равными интервалами; 3 этап. Определение интервала группировки. Отсортируем данные таблицы в порядке возрастания признака – численность населения.

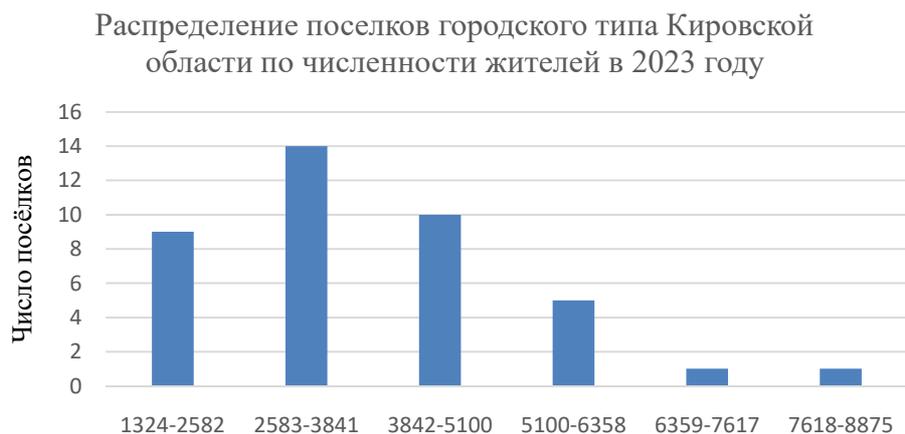
Название поселка городского типа	Численность населения, чел.	Название поселка городского типа	Численность населения, чел.
Аркуль	1324	Пижанка	3572
Пинюг	1366	Свеча	3771
Нижнеивкино	1615	Опарино	3775
Левинцы	1822	Санчурск	3842
Суна	1941	Тужа	3906
Богородское	2192	Ленинское	4010
Светлополянск	2289	Нагорск	4031
Лальск	2334	Кикнур	4045
Арбаж	2507	Фалёнки	4127
Рудничный	2693	Кумены	4245

Лебяжье	2721	Демьяново	4298
Нема	2974	Юрья	4913
Мирный	3098	Первомайский	5054
Стрижи	3114	Красная поляна	5154
Подосиновец	3274	Кильмезь	5272
Уни	3359	восточный	5708
Песковка	3371	Даровской	6012
Афанасьёво	3381	Мурыгино	6080
Лесной	3421	Оричи	7433
Верхошижемье	3494	Вахруши	8874

Необходимо выделить 6 групп. Наименьшее значение признака численность населения – 1324, наибольшее – 8874. $h = (8874 - 1324) : 6 = 1258$. 1 этап. Определение границ интервалов. Получили следующие 6 групп поселков городского типа:

Группы поселков Кировской области по численности жителей, чел.	Число поселков, ед.	Частота, %	Поселки в интервале
1324 - 2582	9	22,5	Аркуль, Пинюг, Нижнеивкино, Левинцы, Суна, Богородское, Светлополянск, Лальск, Арбаж
2583 - 3841	14	35,0	Рудничный, Лебяжье, Нема, Мирный, Стрижи, Подосиновец, Уни, Песковка, Афанасьёво, Лесной, Верхошижемье, Пижанка, Свеча, Опарино
3842 - 5100	10	25,0	Санчурск, Тужа, Ленинское, Нагорск, Кикнур, Фалёнки, Кумёны, Демьяново, Юрья, Первомайский
5100 - 6358	5	12,5	Красная поляна, Кильмезь, Восточный, Даровской, Мурыгино
6359 - 7617	1	2,5	Оричи
7618 - 8875	1	2,5	Вахруши
итого	40	100,0	

Столбиковая диаграмма:



Домашнее задание

1. 1 этап. Группировочный признак: атмосферное давление; 2 этап. В задании сказано, что нужно сделать 7 групп с равными интервалами; 3 этап. Определение интервала группировки. Отсортируем данные таблицы в порядке возрастания признака – атмосферное давление.

745	754	760	765	771	776
749	755	760	765	771	776
751	755	761	766	773	777
751	756	761	766	773	778
752	757	762	769	773	780
752	758	763	769	773	781
752	758	764	770	773	783
753	759	764	770	775	785
753	760	764	770	776	786
754	760	764	770	776	

Необходимо выделить 7 групп. Наименьшее значение признака атмосферное давление – 745, наибольшее – 786. $h = (786 - 745) : 7 = 6$. 4 этап. Определение границ интервалов. Получили следующие 7 групп:

Группы дней по значению атмосферного давления, мм рт. ст.	Число дней	Частота
745 - 751	2	0,03
751 - 757	12	0,20
757 - 763	11	0,19
763 - 769	9	0,15
769 - 775	13	0,22
775 - 781	8	0,13
781 - 786	4	0,07
Итого	59	1,00

Столбиковая диаграмма:

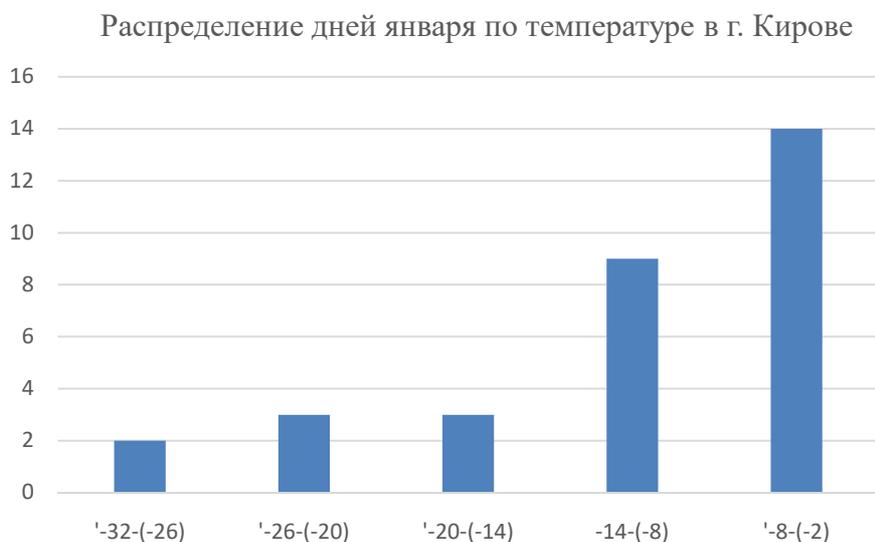


Глава 3. Тема 5

1. Среднее значение температуры в Кирове: $-11,4^0$; Среднее значение температуры в Нолинске: $-11,8^0$. Медианное значение температуры в Кирове: -9^0 . Медианное значение в Нолинске: -9^0 ; Размах в Кирове: 30^0 ; Размах в Нолинске: 31^0 ; Расстояния между городами 140 км, поэтому температура примерно одинаковая – статистическая устойчивость есть. Средние, модальные и медианные значения очень близки. Гистограмма разбиения по г. Кирову:

Температура, С	Число дней	Частота
-32 – (-26)	2	0,06
-26 – (-20)	3	0,10
-20 – (-14)	3	0,10
-14 – (-8)	9	0,29
-8 – (-2)	14	0,45

Столбиковая диаграмма:



Гистограмма разбиения по г. Нолинску:

Температура, С	Число дней	Частота
-32 – (-26)	3	0,10
-26 – (-20)	2	0,06
-20 – (-14)	3	0,10
-14 – (-8)	11	0,35
-8 – (-2)	12	0,39

Столбиковая диаграмма:



Данные по г. Кирову и г. Нолинску похожи, значит имеет место быть статистическая устойчивость.

Домашнее задание

1. Среднее значение температуры в Кирове: $+17,6^{\circ}$; Среднее значение температуры в Нолинске: $+18,1^{\circ}$. Медианное значение температуры в Кирове: $+18^{\circ}$; Медианное значение в Нолинске: $+19^{\circ}$; Размах в Кирове: 15° ; Размах в Нолинске: 16° ; Расстояния между городами 140 км, поэтому температура примерно одинаковая – статистическая устойчивость есть. Средние, модальные и медианные значения очень близки. Гистограмма разбиения по г. Кирову:

Температура, С	Число дней	Частота
11-14	6	0,20
14-17	4	0,13
17-20	7	0,23
20-23	7	0,23
23-27	6	0,20

Столбиковая диаграмма:



Гистограмма разбиения по г. Нолинску:

Температура, С	Число дней	Частота
11-14	3	0,27
14-17	2	0,07
17-20	3	0,20
20-23	11	0,23
23-27	12	0,23

Столбиковая диаграмма:



Данные по г. Кирову и г. Нолинску похожи, значит имеет место быть статистическая устойчивость.

Глава 4 . Тема 1

1. 1) Карта дорог, схема метро и т.д.; 2) Рёбра графа; 3) Если в двух графах вершины связаны рёбрами в одном и том же порядке, то один граф можно

получить из другого, передвигая вершины; 4) Степень вершины в графе – это количество исходящих из нее рёбер. Иногда степень вершины называют валентностью вершины. **2.** а) 4 ребра, 5 вершин и 1 изолированная вершина; б) 5 ребер, 7 вершин и 2 изолированные вершины. **4.** 10. **5.** проведено 5 игр, осталось ещё 5 партий.

Домашнее задание

2. 12

Глава 4. Тема 2

1. 1) Последовательность вершин, соединенных рёбрами в графе; 2) Цепь – это путь, в котором все рёбра и вершины различны; 3) Нет; 4) Цикл – это путь, в котором первая и последняя вершины совпадают; 5) Нет; 6) Граф называется связным, если две любые вершины в этом графе соединены путём. **2.** а) 1, 5, 8; б) 2, 4; в) 3. **3.** 3, 6, 7, 9. **4.** цепи: AFB, ACDEB, ACDFEB; циклы: ACDA, BEFB, ADEFA. **5.** нет, так как граф не связный.

Домашнее задание

1. нет, эти вершины не связаны

Глава 4. Тема 3

1. 1) Эйлеров путь- это путь в графе, который проходит по каждому ребру ровно один раз. Эйлеровыми называют графы, в которых существует эйлеров путь. 2) Нет. **2.** 1 и 3. **4.** Нет.

Домашнее задание

2. 1, 2, 4

Глава 5. Тема 1

1. а) Нельзя. Контрпример – городу Кирову 649 лет. б) Может. Например, городу Кирову 660 лет. **2.** а) 7,8,9; б) 1,2,3. **3.** а) 8,9,10,11; б) -1,0,1. **4.** а) г). **5.** а) г). **6.** а) «В городе Киров есть магазин «Магнит»». б) «Город Киров расположен в Евразии». **7.** а) ложное; б) ложное; г) истинное; д) истинное; **8.** а) Ложное. «Кикимора произошла из Кирова»; б) Ложное. «В городе Киров есть завод «Лепсе»»; в) Истинное. **9.** а) «При бросании игрального кубика выпало более 2 очков»; б) «При бросании игрального кубика выпала грань с 1, 4 или 6 очками». **10.** а) «Хотя бы раз выпало 4 очка»; б) «Хотя бы раз выпало не 5 очков».

Домашнее задание

1. а) **Высказывание** – это утверждение, которое либо истинно, либо ложно. Не все утверждения являются высказываниями, например приказы, просьбы и т.д. не являются высказываниями. б) 1) Да, чтобы опровергнуть утверждение достаточно привести контрпример. 2) Нет, чтобы доказать утверждение, необходимо привести доказательство, которое подтверждает его истинность во всех случаях. в) Ложно. 2. а) Истинно. б) Ложно. «Город Киров пережил 3 переименования». в) Ложно. «Дымковской игрушке более 400 лет». г) Ложно. «Население города Киров 471 754 чел. (2023г.)». 3. а) б). 4. а) «Хотя бы раз выпал орел»; б) «Хотя бы раз выпала решка».

Глава 5. Тема 2

1. а) Ложно. б) Истинно. 2. Например, «на каждой из двух игральные кости выпало 6 очков». 3. Например, «на каждой из двух игральные кости выпало 1 очко». 4. Например, «у птицы 3 крыла». 5. б) г).

Домашнее задание

1. б) в). 2. б) г).

Глава 5. Тема 3

1. а) «Если предмет не тонет в воде, то он сделан из дерева»; б) «Если число делится на 100, то оно оканчивается двумя нулями»; в) «Если отца зовут Дима, то у этого человека отчество Дмитриевич». 2. а) $D \rightarrow A$ (истинное) и $A \rightarrow D$; б) $B \rightarrow C$ (истинное) и $C \rightarrow B$. 3. а) Например, $A \rightarrow C$ и $C \rightarrow A$; б) Например, $D \rightarrow A$ и $A \rightarrow D$; в) Например, $E \rightarrow C$ и $C \rightarrow E$. 4. Равносильны утверждения A, B и D ; Равносильны утверждения C и E .

Домашнее задание

1. а) «Если сейчас название Кировская область, то раньше это была Вятская губерния»; б) «Если это город Киров, то это родина Кикиморы»; в) «Если это Кировская область, то это область в форме петушка». 2. а) Равносильное утверждение; б) Истинное: «Все коты – животные»; Обратное, ложное: «Все животные – коты». в) «Если в треугольнике две стороны равны, то и два угла при них равны».

Глава 5. Тема 4

1. Предположим обратное, т.е. Паша купил булочку без корицы, в которой не оказалось абрикосового варенья. Значит он купил булочку с яблочным джемом, а

по условию задачи такие булочки посыпаны корицей. Следовательно предположение неверно. Паша купил булочку без корицы с абрикосовым вареньем. **2.** Предположим обратное, при вытягивании 3 носков, все носки окажутся разного цвета. Согласно условию задачи в ящике лежат только носки синего и зеленого цвета, т.е. двух разных цветов. Значит 3 носков разного цвета не может быть, это противоречит условию задачи. Соответственно, сделанное предположение неверно, при вынимании 3 носков, хотя бы 2 из них окажутся одного цвета. **3.** Да, т.к. после каждого действия количество кусков увеличивается на 1. Соответственно, после 99 таких действий будет ровно 100 кусков. **4.** Предположим обратное, после нескольких таких действий Петр Антипов получил 100 кусков газеты. После каждого действия число кусков увеличивалось на 2. Учитывая, что изначально была 1 газета, составим уравнение $2*(n-1)=100$; $2n-2=99$; $2n=101$; $n=50,5$. То есть было совершенно 50,5 разрываний газеты, а количество совершенных действий должно быть целым. Противоречие. Следовательно, 100 кусков при таких условиях получить невозможно. **5.** $2n$ – это четное число, т.е. каждое второе число является четным $2, 4, 6, \dots, 2n$. Каждое из приведенных чисел делится как минимум само на себя, на 2 и на 1. То есть имеет как минимум 3 делителя, кроме числа 2, так как оно имеет всего 2 делителя: 1 и 2. Соответственно, среди всех четных чисел только 2 является простым.

Домашнее задание

1. а) Утверждение $A \rightarrow B$ и $\text{не } A \rightarrow \text{не } B$ называют **противоположными** друг другу. б) Доказательство состоит из трех шагов. 1) Сначала делают предположение, что истинное утверждение не B . 2) Затем приходят к противоречию с каким-нибудь истинным высказыванием. 3) Делают вывод о том, что сделанное предположение ложно, а значит, утверждение B истинно. в) Утверждения $A \rightarrow B$ и $\text{не } B \rightarrow \text{не } A$ равносильны, то есть одновременно оба истинны или оба ложны. Поэтому вместо одного можно доказывать другое. **2.** а) одно, это число 5. б) таких чисел не существует.

Глава 6. Тема 1

1. 1) Случайное событие - это событие, которое в ходе опыта может произойти или не произойти. 2) Нет; 3) Да; 4) поймать большую рыбу; поймать маленькую рыбу; не поймать ни одной рыбы; сломать удочку и др. **2.** 1) Невозможное; 2) Невозможное; 3) Достоверное; 4) Невозможное; 5) Достоверное; 6) Достоверное. **3.** а) $P(A)=0$, невозможное событие. б) $P(A)=1$, достоверное событие. **4.** 0,02. **5.** а) $8/15$. б) 0,4. в) 0,8. г) 0. д) 1.

Домашнее задание

1. 1) $P(A)=0$; 2) $P(A)=1$; 3) $P(A)=0$; 4) $P(A)=1$; 5) $P(A)=0$. **2.** а) 0,3; б) 0,5; в) 0

Глава 6. Тема 2

1. 1) Бросание монеты – случайный опыт, который может закончиться либо орлом (O), либо решкой (P). 2) OO, OP, PO, PP. 3) 36 исходов. 2. 0,5. 3. 0,25. 4. а) 0,05; б) 0,5. 5. 0,14.

Домашнее задание

1. 0,5. 2. 0,08.

Глава 6. Тема 3

1. 1) Двойной ввод, контрольная сумма или контрольная цифра. 2) Математический язык. Почти любая опечатка в записи числа или в математическом выражении полностью меняет смысл и ответ, поэтому избыточности в математике нет. 2. Для уменьшения вероятности падения сосульки на голову пешехода можно использовать специальные средства защиты, такие как шлем или зонт, а также избегать хождения под крышами с большим количеством сосулек. 3. Не следует доверяться правилу в случаях, когда событие может повторяться многократно, а также когда есть другие факторы, которые могут повлиять на вероятность события. 4. Авторы говорят о том, что для математика совпадение номеров предметов ассоциируется с их фактическим совпадением, это может привести к ошибочному выводу о том, что все попугаи являются одним и тем же. 5. Умножение цифр на нечётных местах на 2 позволяет увеличить разнообразие цифр в номере карты, что повышает её защищённость от взлома. Взятие остатка от деления на 9, а не на 10, связано с тем, что при делении на 9 остаток будет равен сумме цифр числа, что упрощает проверку правильности введённого номера карты.

Домашнее задание

1. Для уменьшения вероятности следует с вечера собирать свой рюкзак, а утром перепроверить, все ли тетради сложены. 2. Примеры маловероятных событий: выигрыш в лотерею, победа в казино, падение метеорита на землю, нахождение редкой монеты или марки в обычном обращении, выживание в авиакатастрофе.

ИСТОЧНИКИ

URL:

https://drive.google.com/file/d/1gKUDJUssSPr_J2YEIZvZNqYPMK3OdgkD/view

URL:

<https://drive.google.com/file/d/1mQBI9860Oy37oaYI6D2ELOIWTiHiLTzL/view>

Глава 1. Тема 1

URL: <https://www.kirovreg.ru/region/80years/famous.php#2>

URL: https://ru.m.wikipedia.org/wiki/Административно-территориальное_деление_Кировской_области

URL: https://www.tripadvisor.ru/Attractions-g1380981-Activities-c49-Kirov_Kirov_Oblast_Volga_District.html

URL: <https://schoolotzyv.ru/school/2222-kirov>

URL: [https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/ZP\(9\).htm](https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/ZP(9).htm)

Глава 1. Тема 2.

URL: https://world-weather.ru/pogoda/russia/kirov_1/sunrise/?ysclid=ln00krnh85248755119

URL: <https://www.pochta.ru/parcels?addressTo=31ed73ca-6927-4243-9618-36de284ab038&addressFrom=452a2ddf-88a1-4e35-8d8d-8635493768d4&weight=4000>

URL: https://pogoda.365c.ru/russia/kirov/po_mesyacam?ysclid=lmzzy46s8r887996733

URL: <https://kirov.pryadki.com/uslugi/1629/#women-1650>

URL:

https://m.tutu.ru/poezda/rasp_d.php?nnst1=2060600&nnst2=2000000&date=09.10.2023

Глава 1. Тема 3.

URL: <https://www.kirovreg.ru/power/local/structure.php>

URL: <https://priroda.kirovreg.ru/activities/water-resource/>

URL: <https://must-see.top/pamyatniki-prirody-kirovskoj-oblasti/?ysclid=ln0f6yhx11803315856>
<https://sportskills.ru/lechebnye-istochniki-kirovskoy-oblasti/>
<https://gogov.ru/marriage-divorce/krv>

URL: https://43.мвд.рф/Dejatelnost/Svedenija_i_pokazateli_dejatelnosti/опросы-граждан/item/40155181/

URL: https://vk.com/wall-202519522_180

URL: https://vk.com/wall-202519522_156

URL: https://vk.com/wall-202519522_136

URL: https://vk.com/wall-202519522_126

URL: https://vk.com/wall-202519522_121

URL: https://vk.com/wall-202519522_24

Глава 1. Тема 4.

URL: https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Население_наиболее_многочисленных_национальностей_по_возрасту_и_полу.xlsx

URL: https://ru.m.wikipedia.org/wiki/Административно-территориальное_деление_Кировской_области

Глава 2. Тема 1.

URL: https://ru.m.wikipedia.org/wiki/Административно-территориальное_деление_Кировской_области

URL: <https://kirov.pryadki.com/uslugi/1629/#women-1650>

URL: https://pogoda.365c.ru/russia/kirov/po_mesyacam?ysclid=lmzzy46s8r887996733

URL: <http://www.pogodaiklimat.ru/history/27199.htm>

Глава 2. Тема 2.

URL: https://www.kirovreg.ru/power/executive/dep_education/podv/

URL: <https://bdex.ru/kirovskaya-oblast/?ysclid=lnk74j0scy202813623>

URL: <https://kofla43.github.io/html/prot/2020/201226/itog.pdf>

URL: <https://bdex.ru/kirovskaya-oblast/?ysclid=lnk74j0scy202813623>

URL:

https://m.vkirove.ru/news/2023/01/01/spartak_mars_i_shagane_samye_redkie_i_populyarnye_imena_detey_2022_goda_v_kirovskoy_oblasti.html

Глава 2. Тема 3.

URL: <https://bdex.ru/kirovskaya-oblast/?type=it>

URL: https://ru.m.wikipedia.org/wiki/Административно-территориальное_деление_Кировской_области

URL: https://pogoda.365c.ru/russia/kirov/po_mesyacam?ysclid=lmzzy46s8r887996733

Глава 2. Тема 4.

URL: <https://schoolotzyv.ru/school/2222-kirov>

URL: <https://kirov.pryadki.com/uslugi/1629/#women-1650>

URL: <https://bdex.ru/kirovskaya-oblast/?type=it>

Глава 3. Тема 1.

URL: <https://43.rosstat.gov.ru/news/document/81131>

URL: <https://ru-meteo.com/kirov-kaluzhskaya-oblast-february>

Глава 3. Тема 2.

URL: <https://fuelprices.ru/pfo/kirov>

URL: https://ru.m.wikipedia.org/wiki/Административно-территориальное_деление_Кировской_области

URL: <http://www.pogodaiklimat.ru/history/27199.htm>

Глава 3. Тема 3.

URL: <https://priroda.kirovreg.ru/activities/subsoil-use/mineral-resources-of-the-kirov-region/?ysclid=loo3wnv1pk248345245>

URL: <https://www.yaklass.ru/p/veroyatnost-i-statistika/7-klass/sluchainaia-izmenchivost-7278040/chastota-znachenii-v-massive-dannykh-7276526/re-385714f7-bd19-4e30-a043-0572482a0713>

URL: https://ru.m.wikipedia.org/wiki/Административно-территориальное_деление_Кировской_области

Глава 3. Тема 4.

URL: https://ru.m.wikipedia.org/wiki/Административно-территориальное_деление_Кировской_области

URL: https://pogoda.365c.ru/russia/kirov/po_mesyacam?ysclid=lmzzy46s8r887996733

URL: <https://www.gismeteo.ru/diary/4325/2023/6/>

Глава 4.

URL:
https://drive.google.com/file/d/1gKUDJUssSPr_J2YEIZvZNqYPMK3OdgkD/view

URL:
<https://drive.google.com/file/d/1mQBI9860Oy37oaYI6D2ELOIWTIHilTzL/view>

Глава 5.

URL:
https://drive.google.com/file/d/1gKUDJUssSPr_J2YEIZvZNqYPMK3OdgkD/view

URL:

<https://drive.google.com/file/d/1mQBI9860Oy37oaYI6D2ELOIWTiHiLTzL/view>

Глава 6.

URL:

https://drive.google.com/file/d/1gKUDJUssSPr_J2YEIZvZNqYPMK3OdgkD/view

URL:

<https://drive.google.com/file/d/1mQBI9860Oy37oaYI6D2ELOIWTiHiLTzL/view>