**Проблема понимания математического текста**

В настоящее время проблема понимания текстов является остро актуальной. Мы задались вопросом: как наши ученики понимают математический текст? Геометрия - предмет сложный сам по себе, а для семиклассников, которые впервые начали её изучать, - сложен вдвойне. Большинство учителей, работающих в общеобразовательных классах, сталкиваются с проблемой низкой успеваемости при обучении геометрии. Поэтому возникают вопросы: как помочь ученикам освоить эту дисциплину? Почему современным детям так трудно учиться? Причин здесь много. Главная, на наш взгляд, заключается в том, что, если у человека не сформированы навыки работы с текстом, происходит конфликт между "хочу" и " не могу".

Чтобы проверить, насколько наши ученики понимают математический текст, мы провели эксперимент. В эксперименте приняли участие учащиеся 7а (19 человек) и 7б (21 человек) классов. Оба класса общеобразовательные, 7а считается более сильным.

Были предложены упражнения разного уровня сложности по теме "Признаки равенства прямоугольных треугольников". Это важный материал, формирующий базовые знания. Покажем ход эксперимента.

***Задание 1***. Из данных слов составьте признак равенства прямоугольных треугольников (использовать все слова): "Одного, другого, если, то, прямоугольного, равны, треугольники, катеты, то, треугольника, соответственно, такие, катетам". Должно получиться: «Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны". Первое задание было достаточно простым. Предлагая его, мы ожидали, что учащиеся, анализируя слова, логично рассуждая составят математическое утверждение. Тем не менее результат оказался ниже предполагаемого, так как 38% школьников испытали затруднение. результаты первого задания представлены в табл. 1.

*Таблица 1*. Итоги выполнения задания 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Класс | Выполнили верно | Не справились |
| 7а | 68% | - |
| 7б | 57% | 9% |

Остальные учащиеся справились частично, причём не использовали одно слово ("прямоугольного") 5 чел. и два слова ("если, прямоугольного") 1 чел. (7а класс). В 7б не согласовали окончания слов 4 чел., 1 чел. переставил логические части (смысл сохранен), 2 чел. не использовали одно слово. Можно сделать вывод, что дети не способны внимательно читать, анализировать слова, устанавливать связи между ними, составлять математические предложения.

***Задание 2***. Второе задание было сложнее первого и преследовало цель проверить, как учащиеся понимают логику составления математических предложений (все три признака начинаются и заканчиваются одинаково): "Из данных частей предложения составьте оставшиеся три признака равенства прямоугольных треугольников (есть лишние слова)". Теоремы разбивались на части и предлагались учащимся в произвольном наборе:

1- если катет и

2 - острый угол одного прямоугольного треугольника

3 - катет одного прямоугольного треугольника

4 - прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника

5 - прямой угол одного прямоугольного треугольника

6 - гипотенуза одного прямоугольного треугольника

7 - если гипотенуза и

8 - соответственно равны

9 - гипотенузе и

10 - катету и

11 - острому углу другого

12 - прилежащему к нему углу другого

13 - катету другого

14 — то такие треугольники равны

Номера указаны для удобства проверки. Учащиеся составляют цепочки: а) 1-2-8-10-11-14; б) 7-2-8-9-11-14; в) 7-3-8-9-13-14.

Результаты второго задания представлены в табл.2.

*Таблица 2*. Итоги выполнения задания 2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Класс | Выполнили  Верно | Составили | |
| Один признак | Два признака |
| 7а | 80% | 5% | 10% |
| 7б | 30% | 24% | 38% |

Это задание 7а класс выполнил лучше, чем первое. Объяснить этот факт можно тем, что учащиеся понимают логику составления математических уравнений. В 7б классе процент выполнения задания 2 оказался ниже, чем в первом случае. Это говорит о том, что при установлении логических связей между частями предложения школьники испытывали большие затруднения.

***Задание 3***. Третье задание достаточно сложное: нужно из перемешанных логических кусочков составить текст доказательства теоремы. От учеников требуется умение не только внимательно читать текст, но и извлекать смысл из каждого элемента в отдельности и из их связи: "Составьте текст доказательства теоремы:

*если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны"*

Доказательство:

1.Рассмотрим ∆ АВС и ∆ А1В1С1: ‹ С = ‹ С1= 900, АВ = А1В1, ВС = В1С1 (по условию).

2. Поскольку СВ = С1В1, то вершина В совместится с вершиной В1.

3.Дано: ∆ АВС и ∆ А1В1С1 – прямоугольные треугольники, с прямыми углами

‹ С и ‹ С1, АВ = А1В1, ВС = В1С1.

4.Так как ‹ С = ‹ С1, то ∆ АВС можно наложить на ∆ А1В1С1 так, что вершина С совместится с вершиной С1, а стороны СА и СВ наложатся соответственно на лучи

С1А1 и С1В1.

5.Доказать: ∆ АВС = ∆ А1В1С1.

6. Но тогда вершины А и А1 также совместятся.

7. Теорема доказана

8.Но это невозможно, поэтому вершины А и А1 совместятся.

9. В самом деле, если предположить, что точка А совместится с некоторой другой точкой А2 луча С1А1, то получим равнобедренный ∆ А1В1С2, в котором углы при основании А1А2 не равны.

10. Следовательно, полностью совместятся ∆ АВС и ∆ А1В1С1 и, значит, они равны.

Должна получиться цепочка 3-5-1-4-2-6-9-8-10-7.

Результаты третьего задания представлены в табл. 3.

*Таблица 1*. Итоги выполнения задания 3.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Класс | Выполнили верно | Выполнили неверно | Не приступали |
| 7а | 80% | 20% | - |
| 7б | 19% | 67% | 14% |

Ученики 7а хорошо справились с заданием, иначе говоря, эти дети умеют внимательно читать текст и осмысливать его логические части. Результаты 7б настораживают (только 1/5 школьников владеет данным умением) и заставляют задуматься над поиском решения проблемы.

Возникает задача: уделить больше внимания работе с текстом, учить внимательно читать, анализировать, сопоставлять, делать выводы и т.д.

***Задание 4*** требует применения теоретических знаний в решении задач. Учащиеся самостоятельно должны выбрать один из видов деятельности: «Решить задачу № 267 на доказательство (учебник Л.С. Анатасяна "Геометрия, 7-9 класс). Выбрать один из вариантов решения: а) решить самостоятельно, без посторонней помощи (на "5"); б) решить по готовому рисунку по плану (на "4"); в) решить с подсказками (на "3"). Предлагаемые виды деятельности существенно отличаются по уровням сложности: 1-й предполагает самостоятельный поиск решения; во 2-м указано направление поиска; в 3-м приводится решение с пропусками, которые нужно заполнить.

Результаты четвёртого задания представлены в табл. 4.

*Таблица 1*. Итоги выполнения задания 4.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Класс | Выбрали вид деятельности и справились с ним | | | | |
| Первый | | Второй | | Третий |
| 7а | 40% | 83% | 40% | 17% | 20% |
| 7б | 24% | 0% | 29% | 0% | 47% |

Проанализируем данную таблицу. Реально оценивают свои силы только 48% учеников 7а и 32% 7б класса (они выполнили задания, которые выбрали). Остальные учащиеся излишне оптимистично оценили свои возможности и не подтвердили свой выбор. Третий вид деятельности (решение с подсказками) оказался наиболее доступным для учеников. Иными словами, работать с текстом, заполняя пропуски, оказалось проще, чем самостоятельно решать задачу. Этот вид деятельности следует применять, чтобы дать шанс слабым ученикам выполнить работу.

После проведения эксперимента мы предложили ученикам анкету:

1. Понравилась ли вам такая работа? Почему

2. Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий?

3. Удовлетворены ли вы вашей работой? Почему?

4. Как вы считаете, на что вам нужно обратить внимание?

Результаты анкетирования оказались неоднозначными.

Во-первых, отмечают, что работа понравилась: 7а -73%, 7б - 83% учеников. Интересно, что в более слабом классе работа понравилась больше. Это можно объяснить тем, что дети в коллективе 7а более ответственно подошли к выполнению заданий и старались работать на результат. Сами они отмечают положительные моменты в том, что "работа вызывает интерес и хочется работать": "есть выбор"; "необычная форма проверки знаний"; "если что-то не знаешь, можно подобрать по логике". Следовательно, такая работа с текстом школьникам понравилась, и её нужно практиковать в своей работе (в слабом классе чаще).

Во-вторых, при выполнении работы испытывали затруднения: в 7а- 33%, 7б - 83% учащихся. В целом практически половина испытуемых, выполнявших работу с текстом, испытывали при этом затруднения, что даёт повод для размышления.

В-третьих, на вопрос анкеты "Удовлетворены ли вы вашей работой? Почему?" положительно отвечают: в 7а -47%, 7б - 65% учащихся. Мотивируют это тем, что "выполнили все задания"; "тему поняла и затруднений не испытывала"; "работа понравилась"; "получилось работать в такой форме"; "были для меня доступные задания". В то же время 20% и 35% детей по классам соответственно ответили "нет", поясняя свой выбор так: "не уверен, что сделал правильно"; "не справился с заданиями"; "были затруднения"; "не успел всё выполнить".

Наконец, проанализировав всю работу, учащиеся отмечают, что стоит обратить внимание на следующие моменты: "надо лучше учить теоремы"; "быть внимательнее на уроке"; "внимательно читать текст"; "*обратить внимание на своё умение понимать текст"*. Таким образом, мы добились осознания ситуации: учащиеся сами выделяют и формулируют проблему понимания текста, что весьма ценно и свидетельствует о личностном росте учеников.

Из проведённого эксперимента мы сделали следующие обобщающие выводы: учащиеся невнимательно читают текст; они испытывают затруднения при осмысливании элементов текста и при установлении логических связей между ними; работа по осмыслению текста нравится школьникам; ученики могут отрефлексировать свою деятельность; задания, составленные по методике "рассыпанных текстов", интересны, заставляют осмыслить текст, что ведёт к его пониманию и развитию логического мышления.

Итак, через систему заданий мы выявили проблему понимания математического текста. Понимание текстов - одно из условий успешности обучения. Относительно предмета можно сказать: для того чтобы ученики лучше усваивали материал по геометрии, нужно научить их понимать тексты математики. В этом мы видим перспективы нашей работы на ближайшее время.

***Приложение.***

Подборка заданий из учебника геометрии 7 класс (учебник Л.С. Анатасяна "Геометрия, 7-9 класс) и других источников, аналогичным представленным в статье.

***Задание № 1***. (из предложенных слов, словосочетаний нужно составить определение)

Выбраны термины, при формулировке которых учащиеся больше всего испытывают затруднения.

1. *Определение смежных углов:*

*у которых, а две другие, одна сторона общая, являются продолжениями, называются смежными, два угла, одна другой,*

1. *Определение вертикальных углов:*

*называются вертикальными, если стороны, сторон другого, два угла, одного угла, являются продолжениями.*

1. *Определение высоты треугольника:*

*называется, проведённый из вершины, противоположную сторону, высотой треугольника, перпендикуляр, треугольника к прямой, содержащей.*

1. *Определение окружности:*

*геометрическая фигура, точек плоскости, заданном расстоянии, окружностью называется, состоящая из всех, расположенных на, от данной точки.*

1. *Определение расстояния от точки до прямой:*

*проведённого, называется расстоянием, длина перпендикуляра, из точки к прямой, от этой точки до прямой.*

***Задание 2:*** Из данных частей предложения составьте три теоремы об углах, образованных двумя параллельными прямыми и секущей. (все три теоремы начинаются и заканчиваются одинаково). Теоремы разбиваются на части и предлагаются учащимся в произвольном наборе:

*1 - если две*

*2 - пересечены секущей, то*

*3 - углы равны*

*4 - параллельные прямые*

*5 - соответственные*

*6 - сумма*

*7 - накрест лежащие*

*8 - односторонних углов*

*9 - равна 180º*

*Номера указаны для удобства проверки. Учащиеся составляют цепочки:*

*а) 1-4-2-7- 3; б) 1-4-2-5-3; в) 1-4-2-6-8-9.*

***Задание 3***. Нужно из перемешанных логических кусочков составить текст доказательства теоремы. Для доказательства предлагаю самую первую теорему, для того, чтобы учащиеся лучше поняли логику построения доказательства.

Составьте текст доказательства теоремы:

*Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.*

Доказательство:

1.Докажем, что ∆ АВС = ∆ А1В1С1.

2.Поскольку АВ = А1В1, АС = А1С1, то сторона АВ совместится со стороной А1В1, а сторона АС - со стороной А1С1; в частности, совместятся точки В и В1, С и С1.

3.Итак, треугольники полностью совместятся, значит они равны. Теорема доказана.

4. Так как ‹ А = ‹ А1, то треугольник АВС можно наложить на треугольник А1В1С1 так, что вершина А совместится с вершиной А1, а стороны АВ и АС наложатся соответственно на лучи А1В1, и А1С1 .

5. Рассмотрим ∆ АВС и ∆ А1В1С1, у которых АВ = А1В1, АС = А1С1, углы А и А1 равны.

6. Следовательно, совместятся стороны ВС и В1С1 ,

Должна получиться цепочка 5 — 1 — 4 — 2 — 6 — 3.

***Задание 4*** требует применения теоретических знаний в решении задач.

Учащиеся самостоятельно должны выбрать один из видов деятельности:

а) решить самостоятельно, без посторонней помощи (на "5");

б) решить по готовому рисунку по плану (на "4");

в) решить с подсказками (на "3").

Предлагаемые виды деятельности существенно отличаются по уровням сложности:

1-й предполагает самостоятельный поиск решения; во 2-м указано направление поиска; в 3-м приводится решение с пропусками, которые нужно заполнить.

1)Приводится задача на доказательство к 1 разделу геометрии «Начальные геометрические сведения»

*Доказать, что биссектрисы двух пар вертикальных углов, образованных двумя пересекающимися прямыми, взаимно перпендикулярны.*

а) решить самостоятельно, без посторонней помощи.

Доказательство:

А

Рассмотрим пересекающиеся прямые АВ и СД и вертикальные углы

АОС и ВОД. Проведём биссектрисы этих углов МТ и КР.

М

Р

α

Обозначим углы α и β (см рис).

Д

О

α

β

<СОА = α + α = 2α и <АОД = β + β = 2β.

С

β

Углы <СОА и <АОД смежные, значит,

К

<СОА + <АОД = 2α + 2β = 180⁰ . Разделим равенство

на 2, получим α + β = 90⁰. Итак, <МОР = α + β = 90⁰

<КОТ = <МОР = 90⁰. Таким образом, доказано, что

В

биссектрисы двух пар вертикальных углов, образованных

Т

двумя пересекающимися прямыми, взаимно перпендикулярны.

б) решить по готовому рисунку по плану.

1.Внимательно рассмотрите пересекающиеся прямые и выпишите, что надо доказать.

2.Обозначьте равные углы <СОМ и <МОА через α, а углы <МОА и <АОР через β.

3.Запишите сумму смежных углов <СОА и <АОД через α и β.

4.Упростите полученное равенство.

5.Посмотрите, чему равен <МОР. Сделайте вывод.

в) решить с подсказками (заполнить пропуски в тексте)

Доказательство:

А

Рассмотрим пересекающиеся прямые АВ и СД и вертикальные углы

АОС и ВОД. Проведём …........ этих углов МТ и КР.

М

Р

α

Обозначим углы α и β (см рис).

Д

О

α

β

<СОА = …... = ... и <АОД = …...= ….. .

С

β

Углы <СОА и <АОД смежные, значит,

К

<СОА + <АОД = ….......= 180. Разделим равенство

на ..., получим α + β = 90⁰. Итак, <МОР = …... = 90⁰

<КОТ = …. = 90⁰. Таким образом, доказано, что

В

…............. двух пар вертикальных углов, образованных

Т

двумя пересекающимися прямыми, …................. .

Приводится задача ко 2 разделу геометрии «Треугольники»

1. *На рисунке СД = ВД и угол 1 равен углу 2. Доказать, что треугольник АВС равнобедренный и отрезок АД является частью медианы, биссектрисы и высоты этого треугольника.*

В

а) решить самостоятельно, без посторонней помощи. Доказательство:

В треугольниках АДВ и АДС ВД=СД (по условию),

Д

сторона АД общая и <1 = <2. По первому признаку

1

равенства треугольников ∆ АДС = ∆ АДВ.

А

С

2

Следовательно, АВ = АС и треугольник

АВС равнобедренный.

Из равенства ∆ АДС = ∆ АДВ следует равенство углов <ВАД и <САД, как лежащих против равных сторон СД и ВД. Следовательно, отрезок АД — часть биссектрисы

∆ АВС, проведённой из вершины А к основанию ВС, которая в равнобедренном треугольнике совпадает с медианой и высотой, проведённой к его основанию. Итак, отрезок АД является частью медианы, биссектрисы и высоты этого треугольника, что и требовалось доказать.

б) решить по готовому рисунку по плану.

1. Рассмотрите треугольники АДВ и АДС, сравните их элементы и сделайте вывод.
2. Подумайте, каким будет ∆ АВС.
3. Сделайте вывод, чем будет отрезок АД в ∆ АВС.

в) решить с подсказками (заполнить пропуски в тексте);

1. *На рисунке СД = ВД и угол 1 равен углу 2. Доказать, что треугольник АВС равнобедренный и отрезок АД является частью медианы, биссектрисы и высоты этого треугольника.*

В

Доказательство:

В треугольниках АДВ и АДС ….... ….(по условию),

Д

сторона АД ….... и <1 = <2. По первому признаку

1

равенства треугольников ∆ АДС и ∆ АДВ........... .

А

С

2

Следовательно, АВ = АС и треугольник

АВС …....... .

Из равенства ∆ АДС = ∆ АДВ следует равенство углов …............, как лежащих против равных сторон …...... . Следовательно, отрезок АД — …........... ∆ АВС, проведённой из вершины А к основанию ВС, которая в равнобедренном треугольнике совпадает с ….........................., проведённой к его основанию. Итак, отрезок АД является …....... этого треугольника, что и требовалось доказать.

3)Задача к 3 разделу «Соотношения между сторонами и углами треугольника»

*Если через вершину С треугольника АВС проведена прямая, параллельная его биссектрисе АК и пересекающая прямую АВ в точке Д, то АС = АД. Докажите это утверждение.*

а) решить самостоятельно, без посторонней помощи.

Дано:

В треугольнике АВС АК — биссектриса угла <ВАС, СД || АК.

Доказать: АД = АС.

Доказательство:

С

1.АС — секущая параллельных прямых АК и СД,

поэтому <1 = <2, как накрест лежащие.

3

2

4

1

К

А

Д

В

2.АД — секущая тех же параллельных прямых,

поэтому <3 = <4, как соответственные.

3.<2 = <3. т.к. АК — биссектриса угла ВАС.

4. Из пп 1, 3 и 2 следует, что <1 = <2= <3 = <4

или <1 = <4.

5.Из этого следует, что ∆ ДАС равнобедренный и поэтому АД = АС, что и требовалось доказать.

б) решить по готовому рисунку по плану.

1)Выпишите данные и что требуется доказать.

2)Рассмотрите параллельные прямые АК и СД и секущую АС. Сделайте вывод.

3)Рассмотрите параллельные прямые АК и СД и секущую АД. Сделайте вывод.

4)Обратите внимание на углы <2 и <3.

5) Обобщите полученные выводы и примените их к треугольнику ∆ ДАС.

6)Сделайте вывод о сторонах АД и АС.

в) решить с подсказками (заполнить пропуски в тексте);

Дано:

В треугольнике АВС АК — …..... <ВАС, СД || АК.

Доказать: АД = …. .

Доказательство:

С

1.АС — секущая параллельных прямых ... и …. ,

поэтому <1 = <2, как ….......... .

В

Д

А

К

1

4

2

3

2.АД — секущая тех же параллельных прямых,

поэтому …............ , как соответственные.

3.<2 = <3. т.к. АК — …................ угла ВАС.

4. Из пп 1, 3 и 2 следует, что <1 = <...= <... = <4

или <1 = <4.

5.Из этого следует, что ∆ ДАС ….... и поэтому АД = АС, что и требовалось доказать.